

CHAPITRE II : Dynamique du point matériel

II.1 : La Force

La dynamique s'intéresse aux causes pour lesquelles les objets se déplacent comme ils le font. Pourquoi un objet immobile se met-il en mouvement ? Qu'est-ce qui amène un mobile à accélérer ou à ralentir ? Dans ces deux cas, c'est une action extérieure à l'objet, qui a une direction et un sens, et que l'on appelle force, qui modifie l'état de mouvement de l'objet. La force qui modifie le mouvement d'un mobile est nécessairement exercée sur ce mobile par un autre objet, soit directement par contact, comme la force de poussée de quelqu'un qui pousse un wagonnet ou la force de traction exercée par un enfant qui tire un traîneau, soit indirectement, à distance, c'est le cas de la force d'attraction de la terre sur la lune ou de la force de répulsion qui existe entre deux charges électriques de même signe.

On peut mesurer l'intensité d'une force à l'aide d'un dynamomètre, constitué d'un ressort qui s'étire devant une échelle graduée (voir figure II.1).

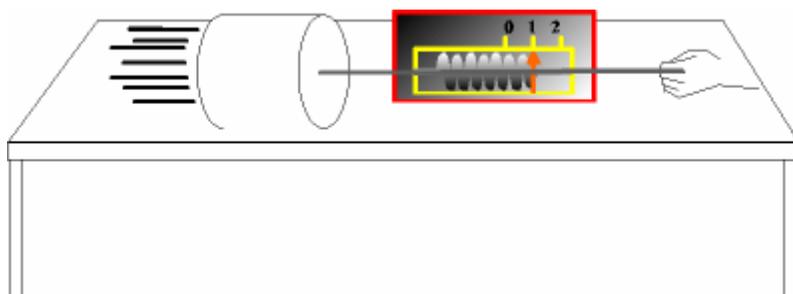


Figure II.1.

Pour calibrer le dynamomètre on décide arbitrairement de la force unité (correspondant au trait 1). En appliquant deux, trois, quatre, ... de ces forces unité identiques à un même dynamomètre, on repère les traits 2, 3, 4, ... (voir figure II.2).

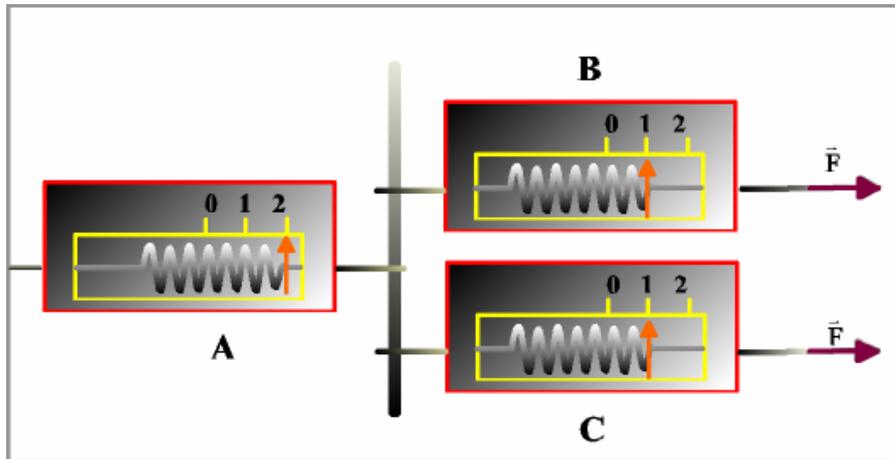


Figure II.2.

La force est une grandeur caractérisée par une intensité, une direction et un sens. Mais pour pouvoir dire qu'il s'agit d'un vecteur, il faut vérifier qu'elle obéit à la loi de l'addition vectorielle. On peut vérifier expérimentalement à l'aide de dynamomètres, qu'il en est bien ainsi. Par exemple, la figure II.3 représente une force horizontale de quatre unités, \vec{F}_1 , et une force verticale de 3 unités, \vec{F}_2 .

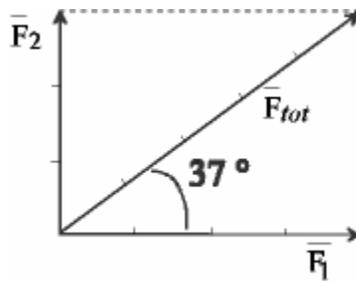


Figure II.3.

L'expérience montre que l'effet combiné de ces deux forces est le même que celui d'une force unique de 5 unités, faisant un angle de 37° avec l'horizontale. Ce sont en fait le module et la direction du vecteur somme de ces deux forces :

$$\vec{F}_{\text{tot}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2, \quad (\text{II. 1})$$

ce qui confirme bien la nature vectorielle de la force.

Mais quel est le lien entre la force exercée et le mouvement ? Ce problème a été résolu par Newton, qui a énoncé trois lois qui constituent les fondements de la mécanique classique.

II.2 : La première loi de Newton

Nous savons par expérience qu'un objet lancé sur un plancher horizontal et abandonné à lui-même, s'arrête rapidement. Par contre si on polit soigneusement la surface de contact de l'objet avec le sol et si ce dernier est lui-aussi bien lisse, comme de la glace, par exemple, pour une même vitesse initiale imprimée à l'objet, celui-ci parcourra une distance plus grande avant de s'arrêter. Si maintenant l'objet se meut sur un coussin d'air entre lui et le sol, on verra à peine sa vitesse diminuer. D'où l'idée, que Galilée avait d'ailleurs eue avant Newton, que dans une situation idéale sans forces de frottements entre l'objet et le sol, cet objet garderait indéfiniment sa vitesse initiale. Ceci a conduit à la 1^{ère} loi de Newton, appelée aussi loi d'inertie :

Tout corps reste immobile ou conserve un mouvement rectiligne et uniforme aussi longtemps qu'aucune force extérieure ne vient modifier son état.

Autrement dit

$\text{si } \vec{F} = 0 \quad \text{v(t)} = v_0 \quad \text{et réciproquement}$	(II.2)
---	--------

Cela implique que si on veut qu'un objet se déplace à vitesse constante sur une surface rugueuse, il faut lui appliquer une force égale et opposée à la force de frottement de telle sorte que la force résultante qui s'applique sur l'objet soit nulle (voir figure II.4).

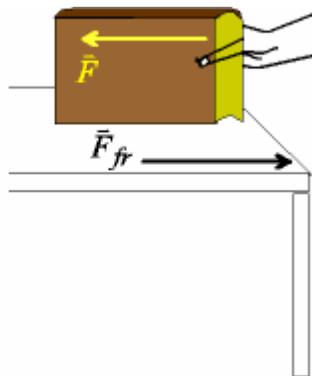


Figure II.4.

II.3 : La deuxième loi de Newton et la masse

D'après la première loi de Newton, on sait qu'une force agissant sur un corps produit une accélération. Pour déterminer comment l'accélération dépend de la force, on fait varier la force appliquée à un même objet et on mesure l'accélération. On constate que si la force appliquée est deux fois plus grande, l'accélération produite est deux fois plus grande. De même pour une force trois, quatre fois ... plus grande, l'accélération produite est trois fois, quatre fois ... plus grande. L'intensité de l'accélération est donc proportionnelle à l'intensité de la force appliquée :

$$\mathbf{a} \propto \mathbf{F} \quad (\text{II.3})$$

Mais que se passe-t-il pour un autre objet ? On sait que si on applique une même force à un panier à provisions plein et à un panier vide, l'accélération sera plus faible dans le premier cas. Clairement, il y a une autre grandeur qui joue dans la loi qui relie F à a et qui est liée à l'objet lui-même : c'est la quantité de matière de l'objet que l'on appelle la masse, m . L'unité de masse du SI est le kilogramme (kg). Un étalon constitué d'un cylindre de platine iridié est conservé au bureau international des poids et mesures près de Paris. On constate expérimentalement que lorsqu'on applique une même force à un objet qui a une masse deux fois plus grande, l'accélération est deux fois plus petite : l'accélération est inversement proportionnelle à la masse.

$$\mathbf{a} \propto \frac{1}{m} \quad (\text{II.4})$$

La masse d'un objet traduit donc la manière dont cet objet résiste à une force extérieure qui tend à l'accélérer. Plus la masse est grande, plus faible sera l'accélération produite pour une même force. Un objet de masse élevée a une grande inertie ce qui veut dire qu'il faut lui appliquer une force élevée pour le mettre en mouvement. C'est pourquoi on parle parfois de masse d'inertie.

En regroupant les expressions (II.3) et (II.4), on obtient : $a \propto \frac{F}{m}$ ou encore $F \propto am$. La constante de proportionnalité peut être fixée arbitrairement à 1, à condition de choisir l'unité de force en conséquence. L'unité de force du SI est le Newton (N), c'est la force qui appliquée à une masse de 1 kg produit une accélération de 1 m/s². Dès lors la deuxième loi de Newton s'écrit :

$$\boxed{\bar{\mathbf{F}} = m \bar{\mathbf{a}}} \quad (\text{II.5})$$

En effet, l'accélération produite a la même direction que la force appliquée et la relation entre les intensités de a et de F peut s'écrire sous forme vectorielle. Il en résulte que la masse est un scalaire.

II.4 : La troisième loi de Newton

Dans chaque cas où on étudie le mouvement d'un objet à l'aide de la deuxième loi de Newton, on considère les forces appliquées par un autre corps sur cet objet : le cheval qui tire la charrette, pour le mouvement de la charrette, la personne qui pousse un panier à provisions pour le panier à provisions, le marteau qui enfonce un clou pour le clou. Mais s'il est vrai que le marteau exerce une force sur un clou, de toute évidence le clou exerce lui aussi une force sur le marteau puisque la vitesse de ce dernier devient rapidement nulle lorsque les deux objets entrent en contact. Seule une force intense peut causer une décélération aussi rapide et qui d'autre que le clou peut l'avoir exercée ?

Ces considérations ont conduit Newton à énoncer sa troisième loi, connue aussi sous le nom de principe de l'action et de la réaction :

Chaque fois qu'un objet exerce une force sur un second objet, ce dernier exerce sur le premier une force égale et opposée.

$$\boxed{\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}} \quad (\text{II.6})$$

Remarque importante :

Les forces \vec{F}_{12} et \vec{F}_{21} qui apparaissent dans la troisième loi de Newton ne sont pas appliquées au même objet et seule l'une d'entre elle doit être prise en considération si on désire étudier le mouvement de l'un de ces objets avec la 2^{ème} loi de Newton. Si on désire étudier le mouvement de la particule 1, il faut faire intervenir dans la loi (II.5), \vec{F}_{12} qui est la force exercée par la particule 2 sur la particule 1. \vec{F}_{21} , qui est la force exercée par la particule 1 sur la particule 2, n'intervient pas.

II.5 : Domaine de validité des lois de Newton

Les lois de Newton ainsi que les prédictions que l'on peut faire à partir de celles-ci se sont montrées extrêmement bien vérifiées par l'expérience à deux conditions : il faut les appliquer dans un référentiel particulier, dit référentiel inertiel, et les vitesses des mobiles

considérés doivent être petites par rapport à la vitesse de la lumière qui est d'environ 300.000 km/s. Cette dernière condition est aisément vérifiée pour les mouvements que nous aurons à considérer dans ce cours. Lorsque ce n'est pas le cas, il faut faire appel à la théorie de la relativité restreinte d'Einstein.

Les lois de Newton sont vérifiées dans un référentiel Oxyz, « fixe ». On peut montrer qu'elles le seront aussi dans tout référentiel qui a un mouvement de translation uniforme (à vitesse constante) par rapport à ce référentiel fixe. Chacun de ces référentiels dans lesquels les lois de Newton sont vérifiées est dit inertiel. Par contre les lois de Newton ne sont pas vérifiées dans un référentiel en rotation ou qui accélère : il faut exercer une force pour maintenir un objet immobile sur un manège forain qui tourne ou sur la plate-forme d'un tram qui accélère.

Mais comment déterminer ce fameux référentiel fixe ? En fait c'est impossible car les lois sont identiques dans tous les référentiels inertiels. Il n'y a donc pas moyen d'en identifier un qui serait au repos alors que les autres seraient en translation. La seule manière de savoir si un référentiel est inertiel c'est de vérifier que la 1^{ère} loi de Newton y est vérifiée. Alors on peut y appliquer aussi les deux autres lois. Dès qu'un référentiel inertiel a été identifié de cette manière, tous les autres s'obtiennent par translation uniforme. Dans la suite de ce cours nous travaillerons toujours dans un référentiel supposé inertiel, du moins en première approximation.

II.6 : La force gravitationnelle et le poids

II.6.1 : La force gravitationnelle

En première approximation, les planètes et la terre en particulier, décrivent un mouvement circulaire uniforme autour du soleil. D'autre part, nous avons vu à la section I.3.4 que dans un MCU, l'accélération est normale : $\vec{a} = -R\omega_0^2 \vec{1}_n$. La deuxième loi de Newton (II.5), nous dit que pour que ce MCU ait lieu, il faut exercer une force centripète dirigée vers le centre de la circonférence, donc vers le soleil. Newton en conclut que le soleil exerçait une force d'attraction sur les planètes, et réciproquement, en vertu de la loi de l'action et de la réaction (II.6). Cette constatation l'a conduit à énoncer la loi de la gravitation universelle. Selon cette loi, il existe entre deux objets ponctuels de masse m_1 et m_2 , distants de r_{12} une force d'attraction dont le module F_G est donné par :

$$\boxed{\mathbf{F}_G = G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2}} \quad (\text{II.7})$$

où G est la constante de gravitation universelle et vaut $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$

II.6.2 : Le poids

Lorsqu'un objet ponctuel de masse m se trouve à la surface de la terre, il subit une force d'attraction gravitationnelle de la part de chaque molécule qui constitue la terre, ce qui résulte en une force d'attraction globale qu'on appelle le poids de l'objet, ou encore, force pesanteur. Son intensité est donnée d'après la loi de gravitation universelle par :

$$\mathbf{P} = m \cdot \langle G \frac{m_i}{r_i^2} \rangle$$

où les signes $\langle \rangle$, indiquent qu'on a calculé (à l'aide d'une intégrale de volume) la valeur moyenne de l'accélération gravitationnelle exercée par chaque molécule de masse m_i , située à une distance r_i de la masse m , en tenant compte de sa direction. Cette valeur moyenne a les dimensions d'une accélération et pour cette raison est appelée accélération de la pesanteur et désignée par la lettre g . La terre n'étant pas parfaitement sphérique et homogène, g dépend de l'endroit où on se trouve. A Bruxelles, g vaut $9,81 \text{ m/s}^2$. En première approximation la force pesanteur est dirigée vers le centre de la terre et $\bar{\mathbf{P}}$ est donc vertical, dirigé vers le bas :

$$\boxed{\bar{\mathbf{P}} = m\bar{\mathbf{g}}} \quad (\text{II.8})$$

Remarque :

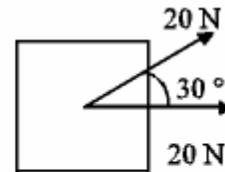
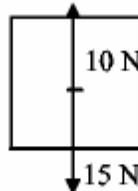
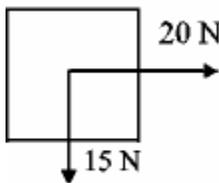
Il ne faut pas confondre masse et poids comme cela se fait malheureusement dans le langage courant. La masse désigne la quantité de matière et s'exprime en kg, tandis que le poids est une force et s'exprime en Newton.

La masse est une caractéristique de l'objet indépendante de l'endroit où il se trouve. Le poids dépend de la masse (voir II.8) mais il dépend aussi de l'accélération du lieu où il se trouve. Le poids d'un objet est six fois plus faible sur la lune, il est pratiquement nul dans l'espace, loin de l'influence de toute planète.

II.7 : Exercices

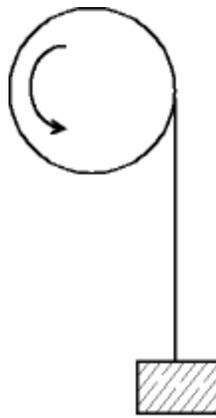
Remarque : les réponses ont été calculées en supposant $g = 10 \text{ m/s}^2$.

1. Un objet est immobile. Que peut-on en conclure quant aux forces éventuelles qui agissent sur lui ?
2. Un point matériel n'est soumis à aucune force ou est soumis à plusieurs forces qui se compensent exactement. Peut-il être en mouvement et, si oui, de quel type ?
3. Dessiner les résultantes des forces s'appliquant aux objets suivants :

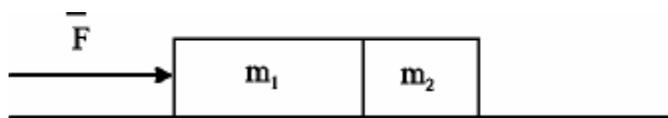


Que vaut la valeur absolue de l'accélération et sa direction si la masse de chacun des objets vaut 2 kg ? (R : $12,5 \text{ m/s}^2$, -37° ; $2,5 \text{ m/s}^2$, -90° ; $19,3 \text{ m/s}^2$, 15° ; les angles sont comptés à partir de l'axe horizontal).

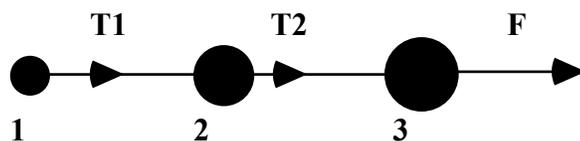
4. Un avion de 2000 kg est en vol horizontal à vitesse constante. Que vaut la résultante des forces qui s'appliquent à cet avion ? Que vaut la force verticale de portée de l'air ? (R : $2 \cdot 10^4 \text{ N}$).
5. Un moteur fait tourner une poulie de rayon 25 cm à la vitesse constante de 20 tours par minute dans le sens anti-horaire. Une corde passant sur la poulie soulève un bloc de 50 kg .



- a) Quelle est la force exercée par la corde sur ce bloc ? (R : 500 N)
- b) A quelle vitesse le bloc est-il soulevé? (R: 0,52 m/s)
6. Un monte-charge d'une masse totale de 3200 kg est retenu par un câble. Trouver la tension dans ce câble lorsque le monte-charge est au repos et lorsqu'il monte ou descend avec une accélération de 1 m/s^2 . (R : $32 \cdot 10^3 \text{ N}$; 35200 N ; 28800 N).
7. Soit une particule ponctuelle de masse $m = 2 \text{ kg}$ animée d'un MRUA d'accélération $a_x = 2 \text{ m/s}^2$ et $a_y = 3 \text{ m/s}^2$. A propos de la force totale qui agit sur la particule,
- a) quelle est son intensité ? (R : 7,2 N)
- b) quelle est son orientation par rapport à l'axe x ? (R: 56°)
8. Une masse de 2 kg est lancée à partir du sol selon un angle de 60° par rapport à l'horizontale, à la vitesse de 10 m/s. Quelle hauteur maximum atteint-elle ? A quelle distance retombe-t-elle sur le sol ? (Négliger la résistance de l'air) (R : 3,75 m ; 8,66 m). Que deviennent ces réponses pour une masse de 3 kg?
9. Quelle est la force exercée par m_2 sur m_1 dans la situation suivante; précisez quelle est sa direction (m_1 et m_2 peuvent glisser sans frottement sur le plan horizontal) ?. [R : $-m_2 \mathbf{F} / (m_1 + m_2)$]



10. Trois corps de masse 1, 2 et 3 kg respectivement sont disposés sur un plan horizontal et reliés par des ficelles "1" et "2" de masse négligeable. On exerce sur le corps de 3 kg une force de 60 N .



- (a) Si on néglige les frottements, quelles sont les accélérations des trois masses ?
 (b) Quelles sont les tensions T_1 et T_2 dans les ficelles ? (R : 10 N et 30 N)