INTEGRALES

I. Intégrale indéfinie

Calculer l'intégrale indéfinie d'une fonction, c'est calculer l'ensemble des fonctions dont la dérivée est égale à cette fonction. Notation :

$y = \int y'\,dx$ ← variable d'intégration

intégrale ↗

L'intégrale indéfinie n'est définie qu'à une constante près. En effet :

si $y = \int y'\,dx$ $\qquad y + C = \int y'\,dx$

car $\dfrac{d(y+C)}{dx} = \dfrac{dy}{dx} + \dfrac{dC}{dx} = \dfrac{dy}{dx} = y'$

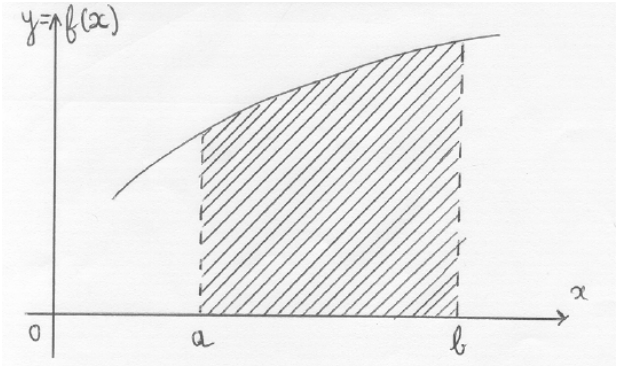
puisque $\dfrac{dC}{dx} = 0$

II. L'intégrale définie

L'intégrale définie de f(x) entre a et b est la différence d'une intégrale indéfinie dans laquelle on remplace successivement la variable par b et par a. Notation :

$$\int_a^b f(x)dx = \left[F(x)\right]_a^b = F(b) - F(a) \quad \text{avec} \quad \frac{dF}{dx} = f$$

III. Signification géométrique de l'intégrale définie



L'intégrale définie de y = f(x) de a à b est égale à l'aire de la surface comprise entre la courbe représentant cette fonction, l'axe des x et les deux droites verticales passant par x = a et x = b :

$$\int_a^b f(x).dx = \text{aire de la surface hachurée}$$

IV. Les intégrale indéfinies de quelques fonctions élémentaires

$\int a\,dx = ax + C$ où a et C sont des constantes

$$\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

$$\int \cos x\,dx = \sin x + C$$

$$\int \sin x\,dx = -\cos x + C$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \text{tg}x + C$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot g\, x + C$$

$$\int e^x\,dx = e^x + C$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$$