Physique des Particules et Physique Nucléaire

PHYS-F305
Année 2024-2025
Première partie - L. Favart

VIII - Interactions fondamentales

Contenu Chapitre VIII

VIII. Interactions fondamentales

1. Théorie quantique des perturbations
   1.a Propagateurs bosoniques
2. Electrodynamique quantique (QED)
3. Chromodynamique quantique (QCD)
   3.a Le confinement des quarks
   3.b La charge électrique des quarks
   3.c La structure du proton
4. Interactions faibles
5. Unification des interactions
6. Chiralité, hélicité et parité
7. Symétries CP et CPT
8. Oscillations des K^0 et anti-K^0

1. Théorie quantique des perturbations

Comment formaliser les interactions ?

approche quantique non-relativiste

Une interaction entre particules est comprise comme le passage d'un état initial, Ψ_i, vers un état final, Ψ_f , à un temps t = 0 et caractérisée par une probabilité de transition.

Ψ_i, un état stationnaire d'énergie E (pour tout t < 0)

$$\Psi_i = \Phi_m(x)\, e^{-iE_m t/\hbar}$$

factorisation de la dépendance temporelle

$\Phi_m(x)$ sont les fonctions propres de H_0

$$\mathcal{H}_0 \Phi_m = E_m \Phi_m$$

Transition vers un état final est causé par un potentiel, U, lié à une énergie potentielle V par :

$$V = g_0\, U$$

effectif pour t ≥ 0

g_0= couplage de Ψ_i au potentiel U

Pour t ≥ 0

$$\Psi(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n(t)\, \Phi_n\, e^{-iE_n t/\hbar}$$

superpositions des états possibles

$c_n(t)$ donnent l'amplitude de probabilité de trouver le système dans un état Φ_n

- à $t = 0$, $c_m(0) = 1$ et $c_n(0) = 0\ \forall n \neq m$
- à $t \geq 0$, Ψ satisfait :

$$\mathcal{H}\Psi = (\mathcal{H}_0 + V)\Psi = i\hbar\frac{\partial \Psi}{\partial t}$$

en dérivant les deux termes de Ψ :

$$i\hbar\frac{\partial \Psi}{\partial t} = i\hbar \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} c_n(t)\right) \Phi_n\, e^{-iE_n t/\hbar} + i\hbar \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-iE_n)}{\hbar}\, c_n(t)\, \Phi_n\, e^{-iE_n t/\hbar}$$

d'autre part :

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = \overbrace{\sum_{n=0}^{\infty} E_n\, c_n(t)\, \Phi_n\, e^{-iE_nt/\hbar}}^{H_0\,\Psi} + \overbrace{\sum_{n=0}^{\infty} V\, c_n(t)\, \Phi_n\, e^{-iE_nt/\hbar}}^{V\,\Psi}$$

$$= i\hbar\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}c_n(t)\right)\Phi_n\, e^{-iE_nt/\hbar} + i\hbar\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-iE_n)}{\hbar}\, c_n(t)\, \Phi_n\, e^{-iE_nt/\hbar}$$

d'autre part : $H_0\,\Psi$ $V\,\Psi$

$$\sum_{n=0}^{\infty} E_n\, c_n(t)\, \Phi_n\, e^{-iE_n t/\hbar} + \sum_{n=0}^{\infty} V\, c_n(t)\, \Phi_n\, e^{-iE_n t/\hbar}$$

$$= i\hbar \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} c_n(t)\right) \Phi_n\, e^{-iE_n t/\hbar} + i\hbar \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-iE_n)}{\hbar}\, c_n(t)\, \Phi_n\, e^{-iE_n t/\hbar}$$

en multipliant par Ψ^* et intégrant sur d^3x, et sachant que :

$$\int \Phi_k^* \Phi_n \mathrm{d}^3x = 0 \qquad \forall k \neq n \qquad \text{et} \qquad \int \Phi_k^* \Phi_k \mathrm{d}^3x = 1$$

orthogonales — normalisées

$$\Rightarrow \quad i\hbar \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} c_k(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n(t)\, \mathcal{M}_{nk}\, e^{-iE_n t/\hbar}$$

où : $$\mathcal{M}_{nk} = \int \Phi_k^*\, V\, \Phi_n \mathrm{d}^3x$$

l'élément de matrice M_{nk} est la probabilité de transition de l'état n vers l'état k

En théorie des perturbations, on suppose que l'interaction est de faible intensité, et que l'on peut négliger la probabilité d'avoir deux transitions. Soit :

$$c_m(t) \simeq 1 \qquad \text{et} \qquad c_n(t) \simeq 0 \qquad \forall n \neq m$$

$$\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} c_n(t)\, \mathcal{M}_{nk} \simeq c_m(t)\, \mathcal{M}_{mk}$$

En intégrant sur le temps :

$$c_k(t) = \frac{1}{i\hbar} \int_0^t \mathcal{M}_{mk}\, e^{-i(E_m - E_k)t'/\hbar} \mathrm{d}t' = \mathcal{M}_{mk}\, \frac{e^{-i(E_m - E_k)t/\hbar} - 1}{E_m - E_k}$$

En général, l'état final correspond à une superposition d'un très grand nombre d'états finals (répartition d'énergie entre les différentes particules de l'état final). On passe donc d'une somme à une intégrale sur d'énergie (multipliant par dN/dE qui est la densité d'états par unité d'énergie).

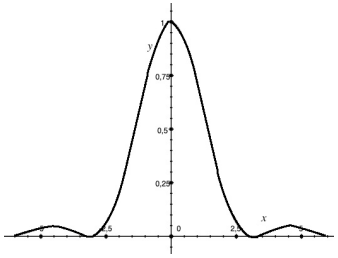
amplitude

$$W_{m\to k} = \frac{1}{t} \sum_k |c_k(t)|^2 \quad \to \quad \frac{1}{t} \int_{E_{min}}^{E_{max}} |c_k(t)|^2 \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}E} \mathrm{d}E$$

probabilité de transition (par unité de temps)

densité d'états par unité d'énergie

$$\Rightarrow \quad W_{m\to k} = \frac{1}{t}\int_{E_{min}}^{E_{max}} \left| \mathcal{M}_{nk}\, \frac{1-e^{-i(E_m-E_k)t/\hbar}}{E_m-E_k} \right|^2 \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}E}\,\mathrm{d}E$$



En posant $x = (E_m - E_k)t/2\hbar$:

$$W_{m\to k} \sim \int_{x_{min}}^{x_{max}} \frac{\sin^2(x)}{x^2}\,\mathrm{d}x \simeq \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2(x)}{x^2}\,\mathrm{d}x = \pi$$

élément de matrice

$$\Rightarrow \quad \boxed{W_{m\to k} = \frac{2\pi}{\hbar}|\mathcal{M}_{km}|^2 \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}E}} \qquad \text{où :} \quad \mathcal{M}_{nk} = \int \Phi_k^*\, V\, \Phi_n \mathrm{d}^3x$$

C'est la seconde règle d'or de Fermi classique. Elle indique que la probabilité de transition s'exprime comme le produit de l'amplitude de transition au carré, qui dépend du potentiel d'interaction, et d'un terme qui traduit la densité d'états finals possibles, souvent appelé facteur d'espace de phase.

1.a Propagateur et transfert d'impulsion

Soit une particule libre (état initial), de charge g_0, possédant une énergie déterminée, diffusée par un potentiel :

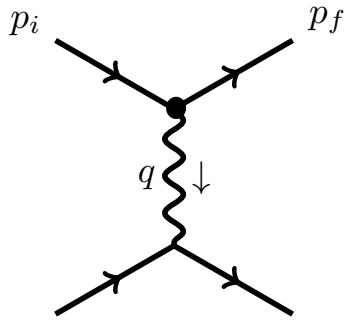
$$V(\vec{r}) = g_0\, U(\vec{r})$$

La transition d'un état initial i vers un état final f :

$$\mathcal{M}_{if} = g_0 \int \Phi_i^*\; U\; \Phi_f \mathrm{d}^3x$$

Les parties spatiales des fonctions d'onde : $\Phi_i = e^{i\,\vec{p}_i\cdot\vec{r}/\hbar}$ $\Phi_f = e^{i\,\vec{p}_f\cdot\vec{r}/\hbar}$

$$\Rightarrow \quad \mathcal{M}_{if} = g_0 \int U(\vec{r})\, e^{i\,(\vec{p}_f-\vec{p}_i)\cdot\vec{r}/\hbar}\, \mathrm{d}^3x = g_0 \int U(\vec{r})\, e^{i\,\vec{q}\cdot\vec{r}/\hbar}\, \mathrm{d}^3x$$



où $\vec{q} = \vec{p}_f - \vec{p}_i$

Exemple : dans le cas du potentiel de Yukawa (i.e. Coulombien pour m=0)

$$U(\vec{r}) = U(r) = \frac{g}{4\pi}\frac{1}{r}e^{-r/R} \qquad \text{avec} \qquad R = \frac{\hbar}{mc}$$

En coordonnées sphériques :

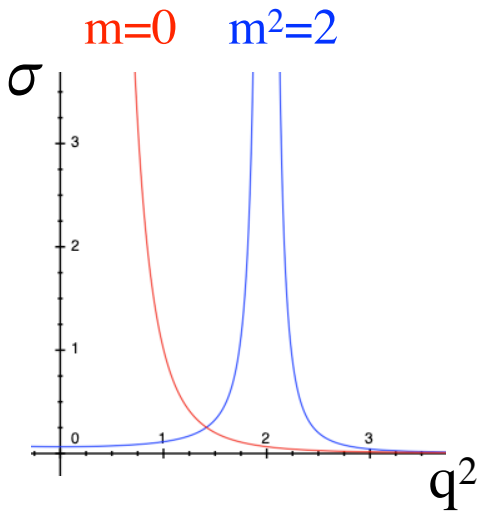
$$\vec{q}\cdot\vec{r} = q\,r\cos(\theta)$$

$$\mathrm{d}^3x = r^2\sin(\theta)\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\phi\mathrm{d}r$$

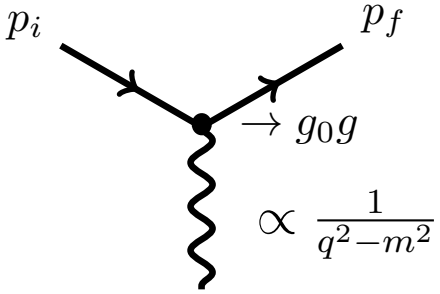
$$\int_0^\pi \sin(\theta)\,e^{i\,q\,r\cos(\theta)}\mathrm{d}\theta = 2\frac{\sin(q\,r)}{q\,r}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \quad \mathcal{M}_{if}(\vec{q}) = \mathcal{M}_{if}(q) &= 4\pi g_0 \int_0^\infty U(r)\frac{\sin(q\,r)}{q\,r}r^2\mathrm{d}r \\
&= g_0 g \int_0^\infty e^{-r/R}\,\frac{e^{i\,q\,r} - e^{-i\,q\,r}}{2\,i\,q}\mathrm{d}r \\
&= \boxed{\frac{g_0 g}{q^2 + m^2}} \qquad \text{avec} \qquad \hbar = c = 1
\end{aligned}$$

en mécanique quantique relativiste ($Q^2 = -q^2$) et 4-vect:



$$\mathcal{M}_{if}(q) = \frac{g_0 g}{q^2 - m^2}$$



- plus la virtualité est élevée moins l'échange est probable

- le plus probable est p_f proche de p_i

- si masse : pôle pour $q^2 = m^2$ (favorable = résonnance)

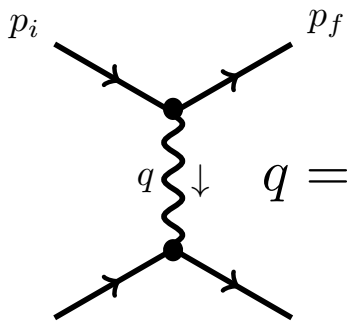
Lien avec la section efficace (σ) : $a + b \rightarrow c + d$

pour 1 seule particule incidente :

le flux : $\Phi = v_i |\Psi|^2$ où v_i est la vitesse de a dans le ref. de b (cible)

la probabilité d'interaction est donnée par : $W = \sigma \Phi$

Remarque cinématique :

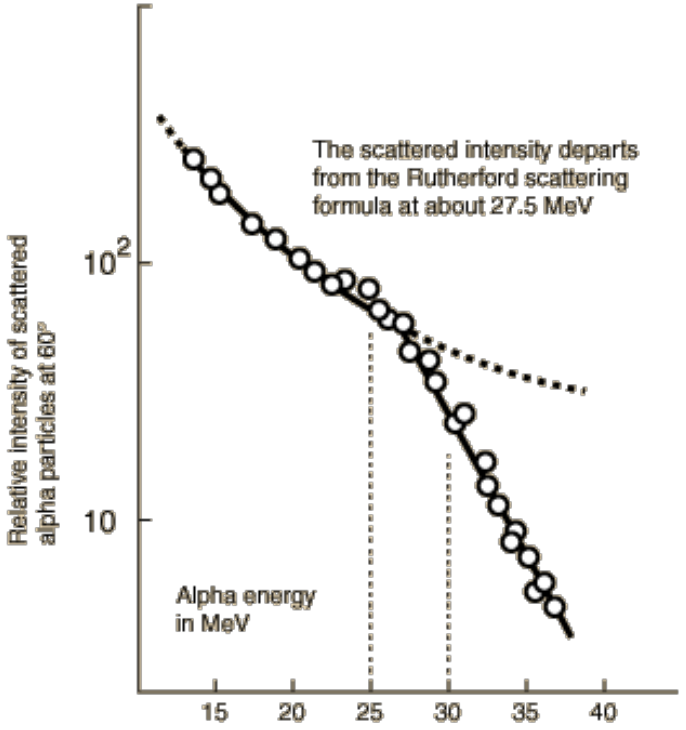


$$q = p_f - p_i$$

$$Q^2 = -q^2 = -(p_f - p_i)^2$$
$$\simeq 2\,E_i\,E_f(1-\cos\theta) = 4\,E_i\,E_f\,sin^2\theta/2$$

→ la dépendance en l'angle polaire reflète bien la dépendance en Q^2

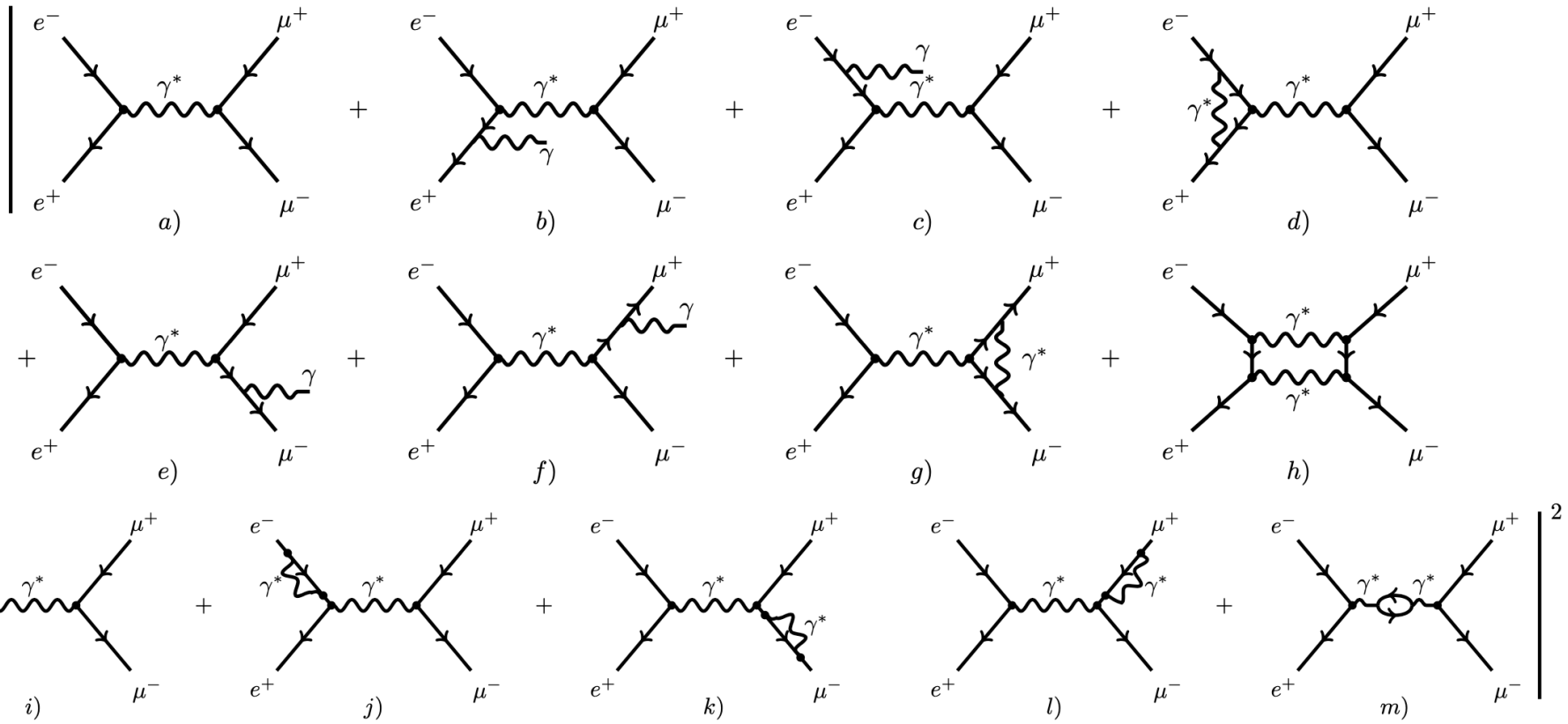
→ augmentation du pouvoir de résolution avec l'angle polaire



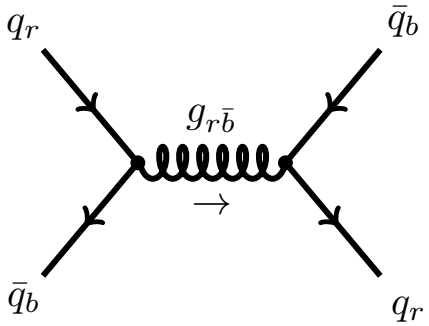
2. Electrodynamique Quantique (QED)

Rq sur les ordres supérieurs : le premier terme (dominant) de l'approximation peut-être corrigé des termes aux ordres plus élevés (corrections radiatives réelles et virtuelles). Certaines interférences sont à considérer (a avec d, g, h, i, j, k, l et m).

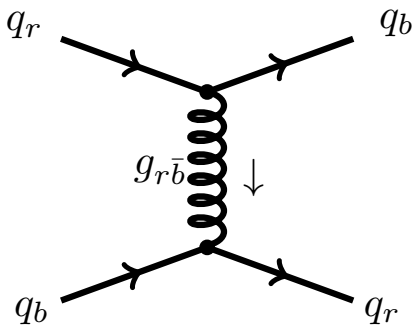
$$\sigma(e^+ + e^- \to \mu^+ + \mu^-)$$

$\sigma \sim$ 

3. Chromodynamique Quantique (QCD)



$$q + \bar{q} \rightarrow q + \bar{q}$$

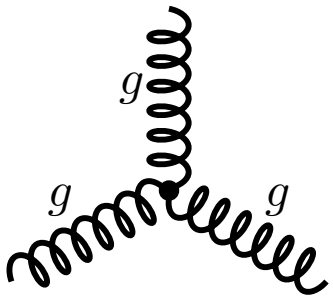


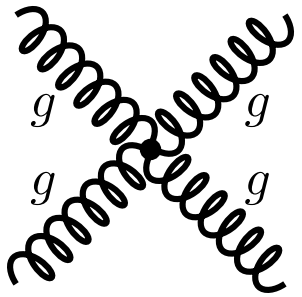
$$q + q \rightarrow q + q$$

$m_g = 0$ couplage à ce qui porte de la couleur

- Le gluon porte une couleur et une anti-couleur
- L'échange est indépendant de la saveur des quarks
- Somme sur tous les états de couleur possibles

similaire à QED mais le gluon se couple aussi à lui même car il porte de la couleur :





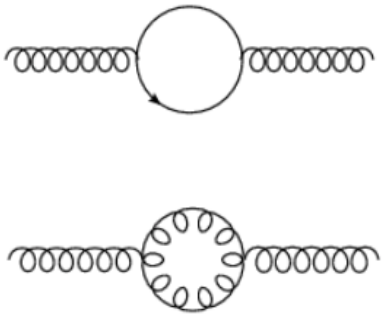
Rq: la théorie de Yukawa, est une théorie effective qui ne fonctionne que pour des grandes distances (Physique Nucléaire)

- gluons: 8 (=3x3-1) états de bi-couleur :

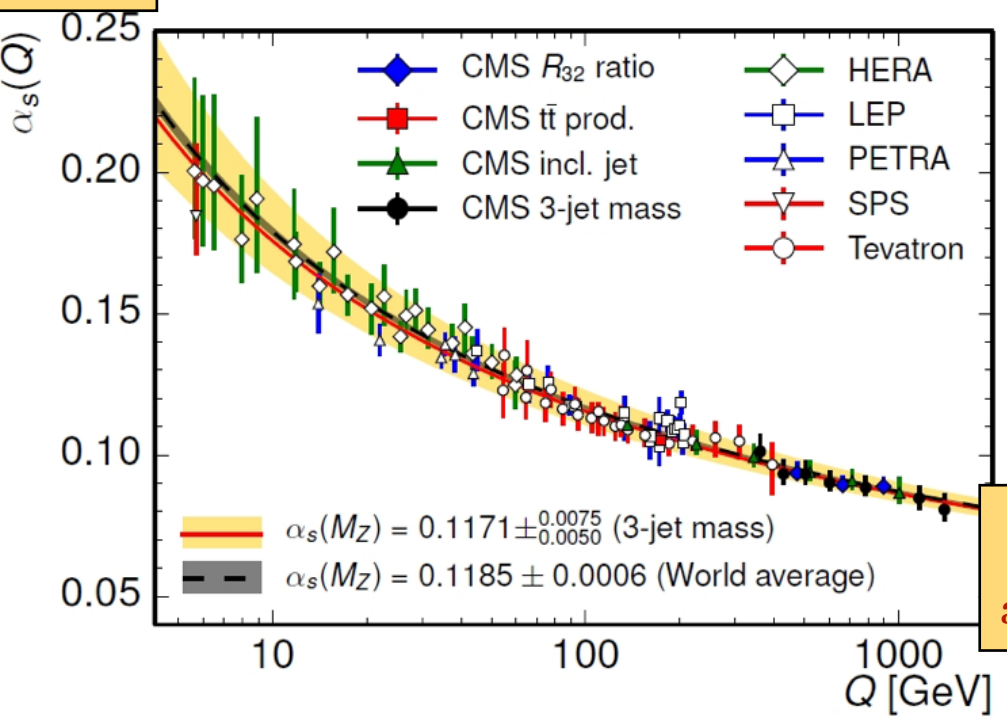
$$r\bar{b}, r\bar{v}, b\bar{v}, b\bar{r}, v\bar{r}, v\bar{b}, \frac{r\bar{r} - v\bar{v}}{\sqrt{2}}, \frac{r\bar{r} + v\bar{v} - 2b\bar{b}}{\sqrt{6}}$$

- évolution du couplage : α_s

⚠ si $\alpha_S \not< 1$, calcul perturbatif non pertinent !



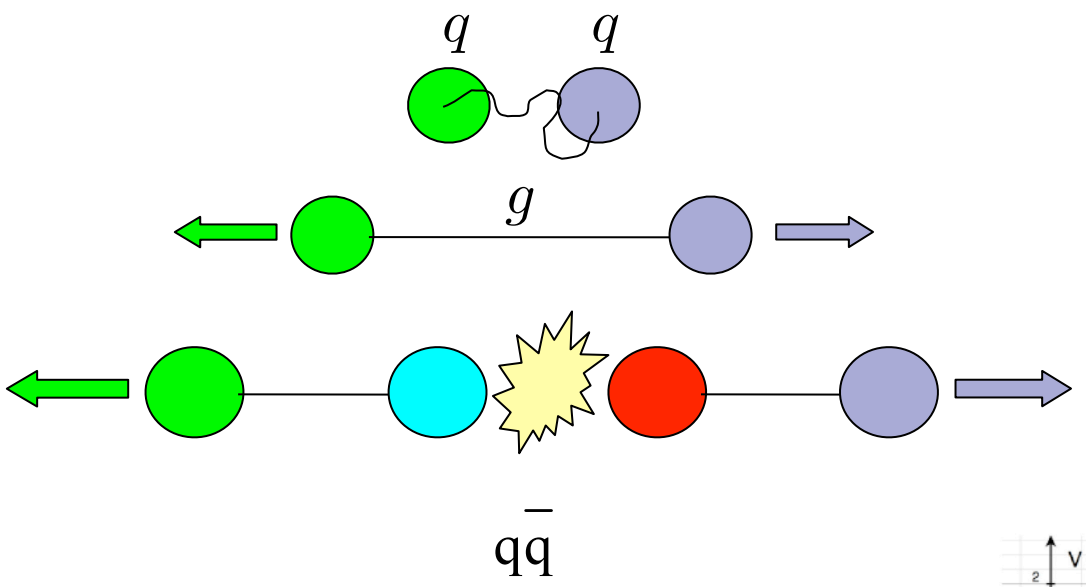
Confinement



liberté asymptotique

”grandes” distances ⟷ ”petites” distances

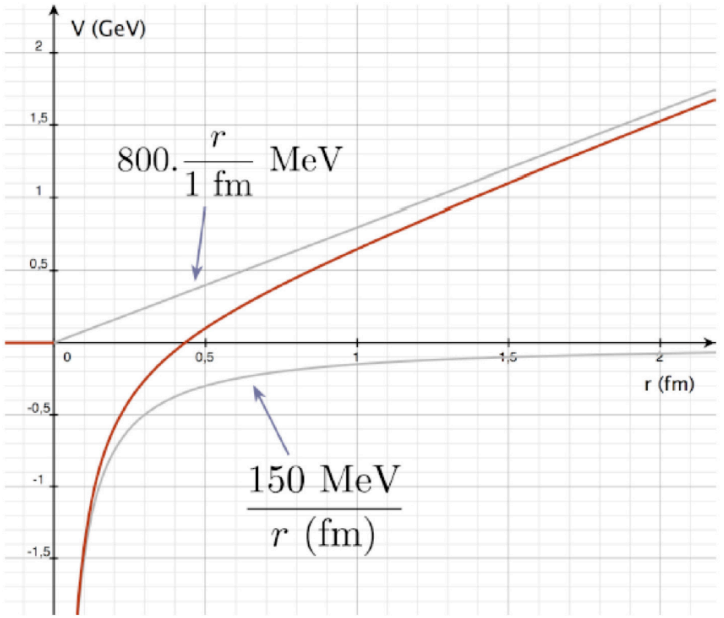
3.a Confinement des quarks



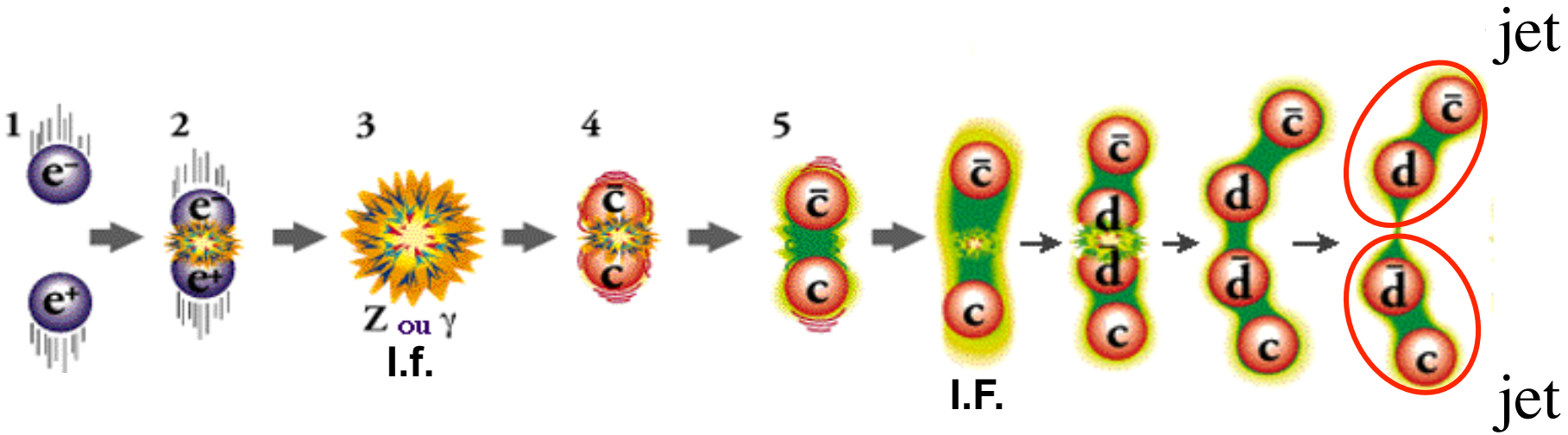
potentiel de QCD

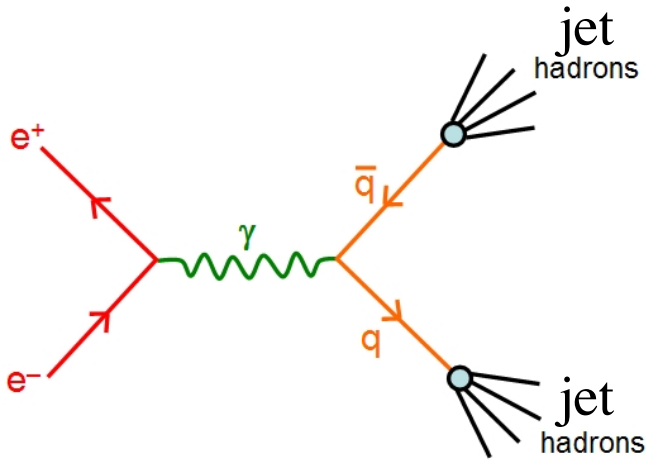
attractif

répulsif

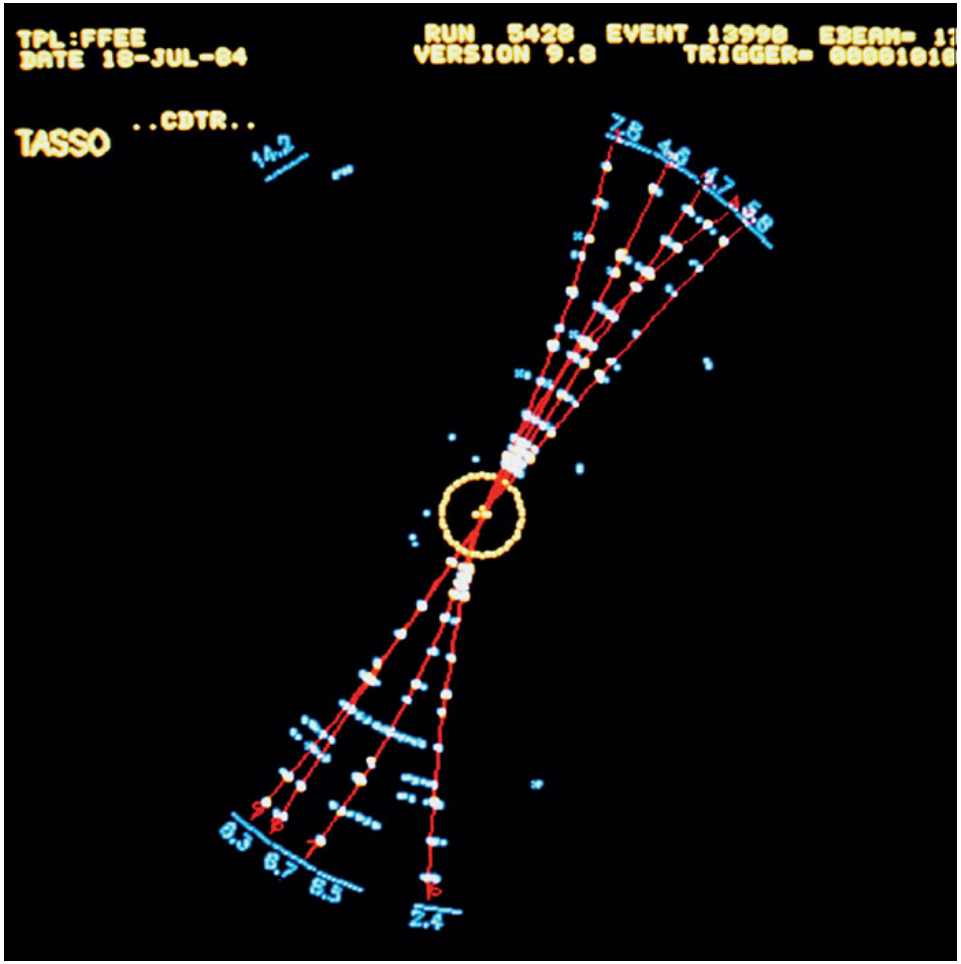


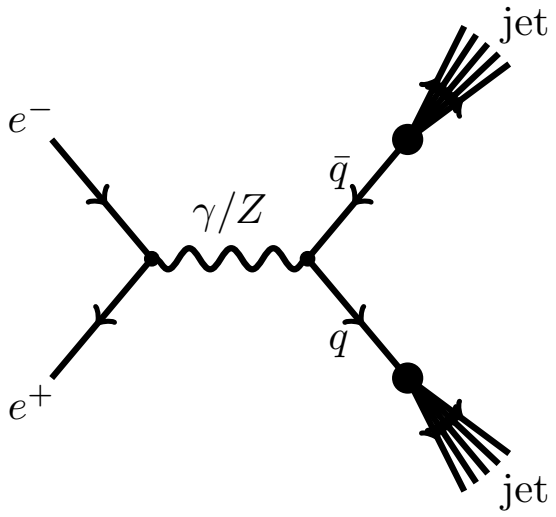
Confinement des quarks



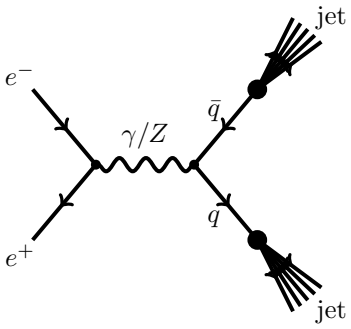


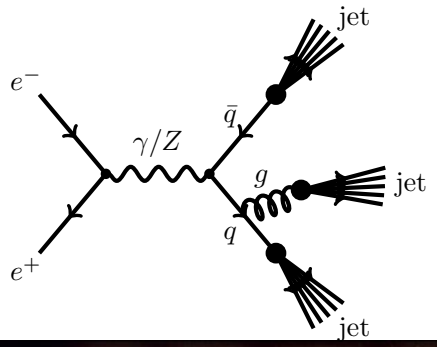
Confinement des quarks : jets

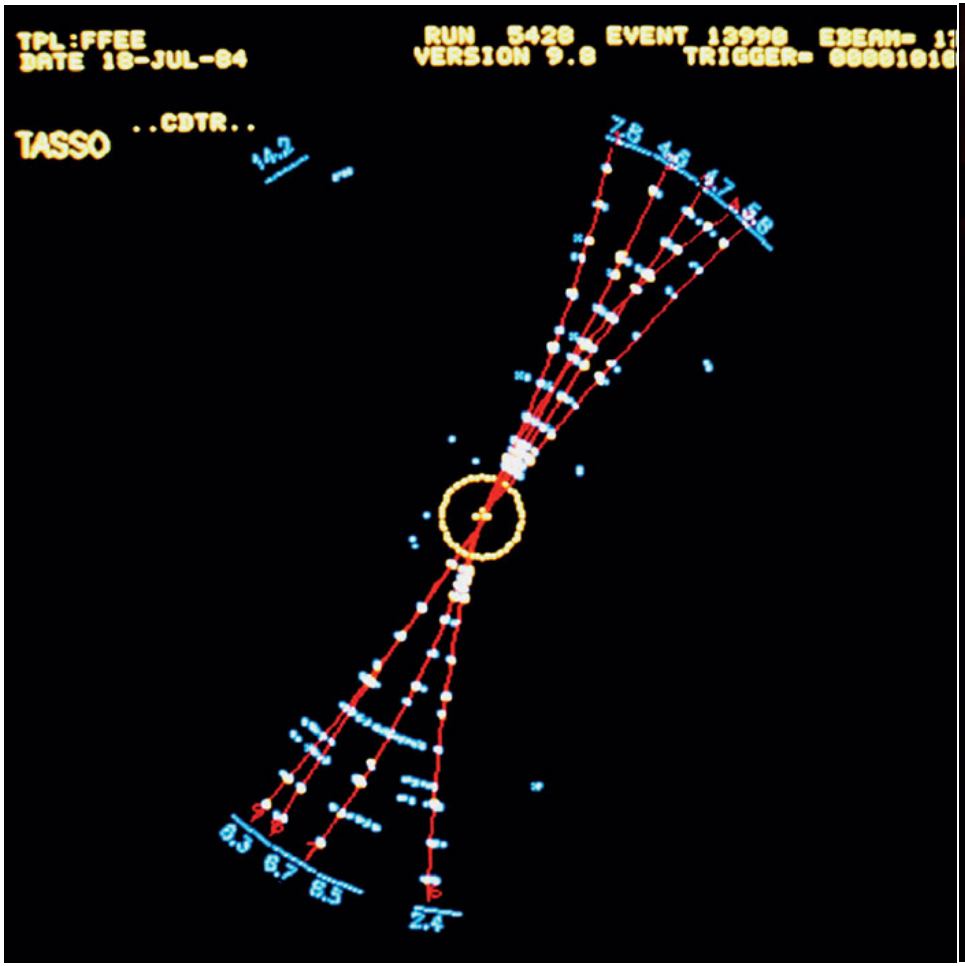




jets

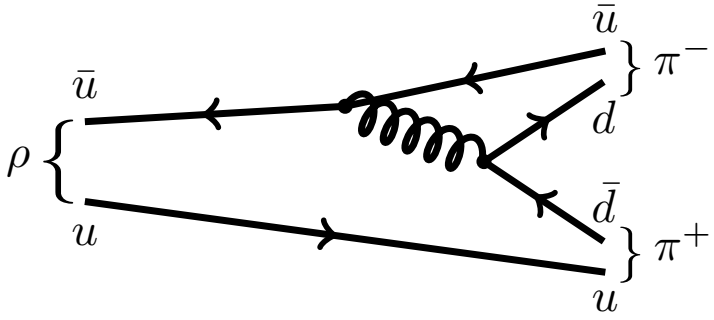


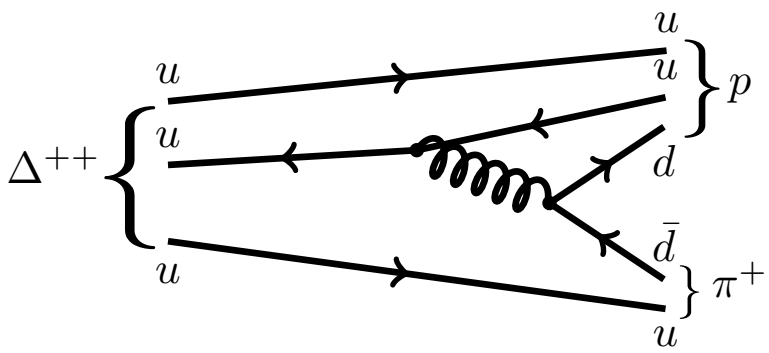




découverte du gluon : 1979 sur PETRA (e^+e^-)

Désintégration forte



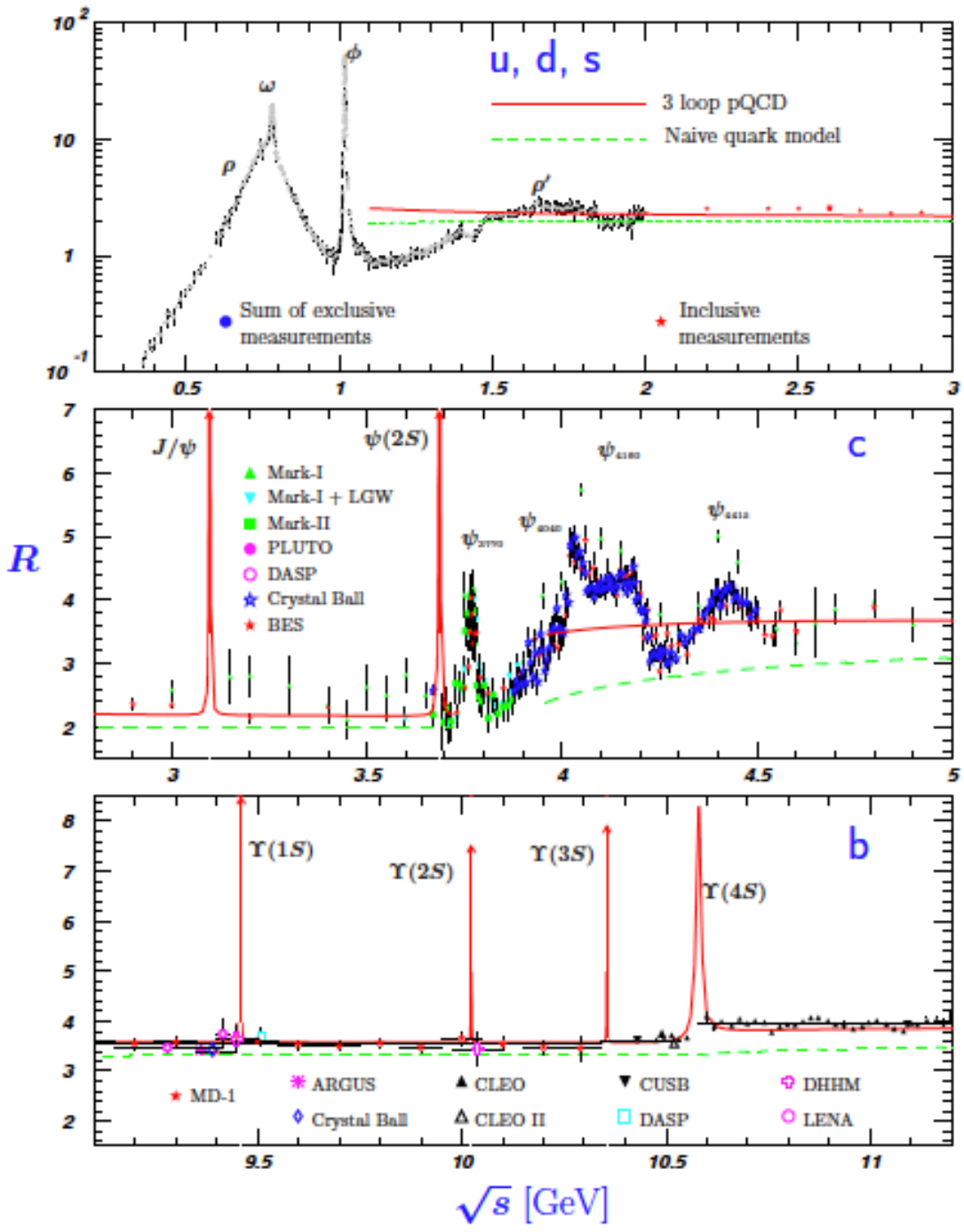


- hadron vers hadrons uniquement

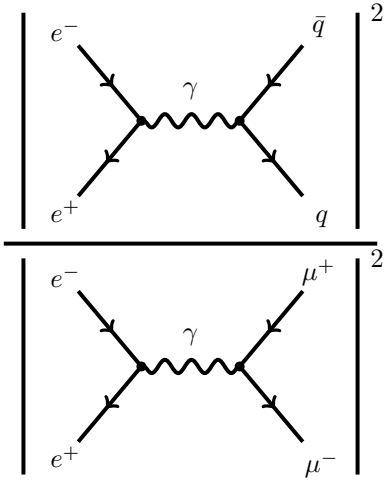
- jamais de changement de saveur

⚠ - la plupart des désintégrations fortes sont **non-perturbatives**
→ la représentation en diagramme n'est pas pertinente pour un calcul, mais elle permet de vérifier la conservation des nb quantiques

charges des quarks

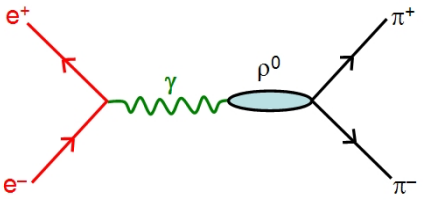


$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \to X)}{\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)} \sim$$



$$R = 3\,[\,(\frac{2}{3})^2 + (\frac{-1}{3})^2 + (\frac{-1}{3})^2 + (\frac{2}{3})^2 + (\frac{-1}{3})^2] = \frac{33}{9} = \frac{11}{3}$$

Le rapport, en dehors des résonances, donne une bonne mesure des charges de quarks

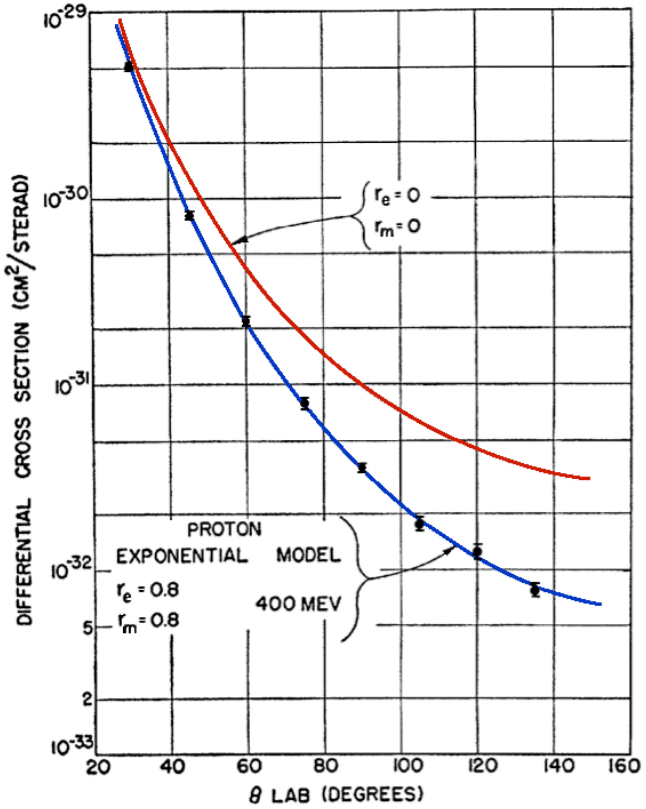


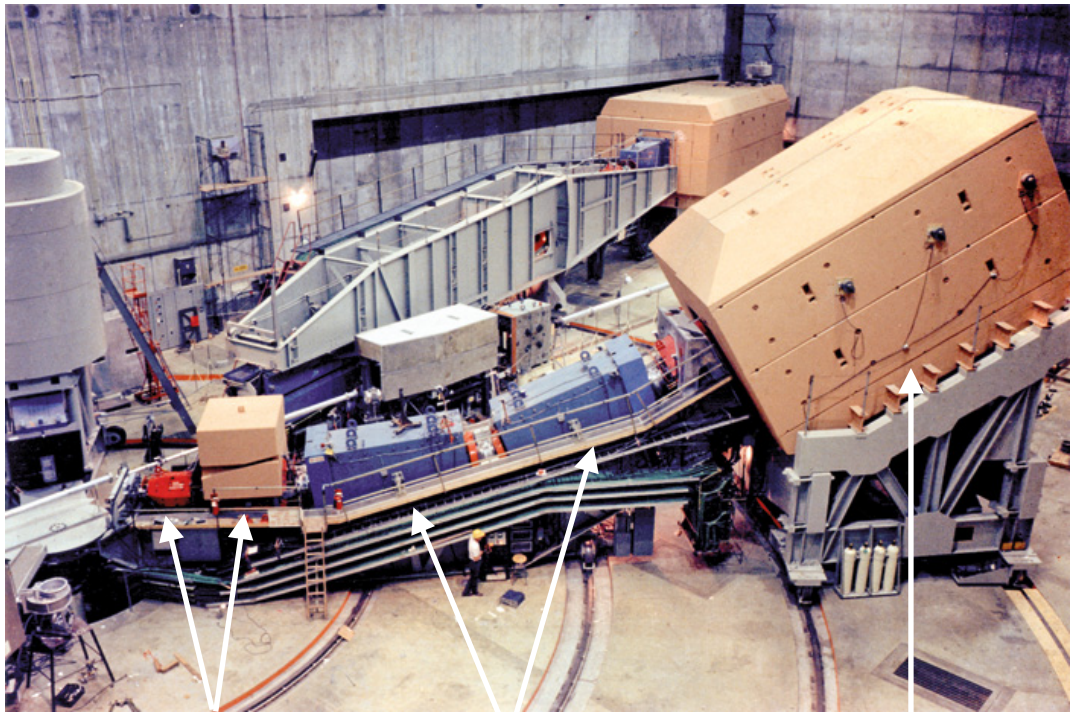
résonances

Le proton : diffusion élastique (1960 – 188 MeV)

diffusion élastique e+p → e + p

$$\lambda(\mathrm{fm}) = \frac{h}{p} \simeq \frac{hc}{E} = \frac{1}{2\pi}\frac{197\,[\mathrm{MeV\ fm}]}{E\,[\mathrm{MeV}]}$$





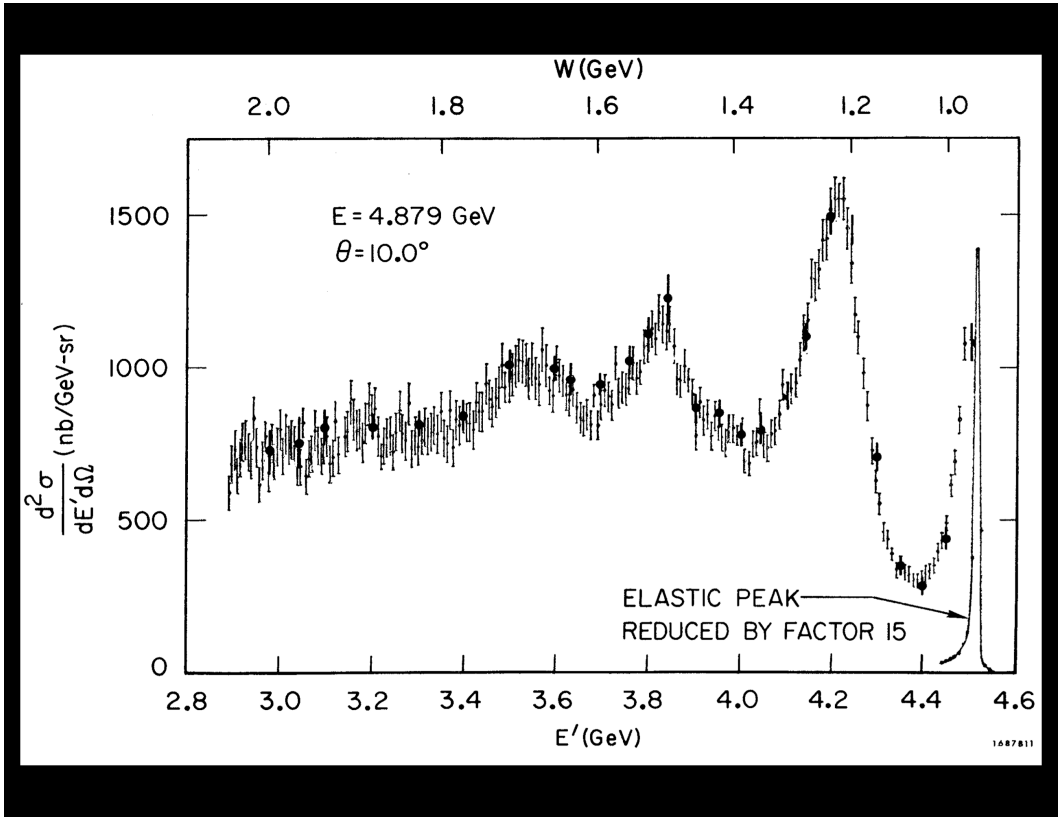
le proton a une taille finie :

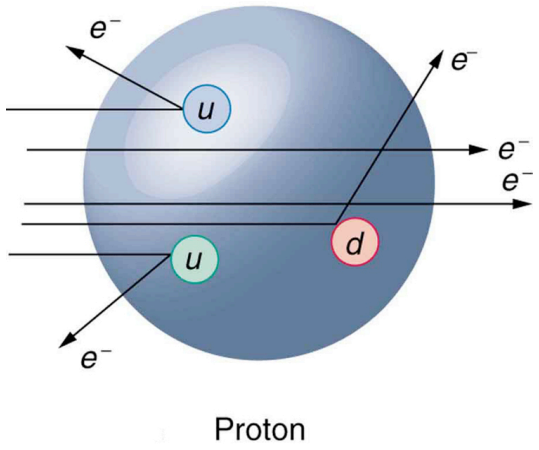
0.74 ± 0.24 fm

spectromètre vertical (p)
placé sur des rails (θ)

La diffusion inélastique (1967 – 20 GeV)

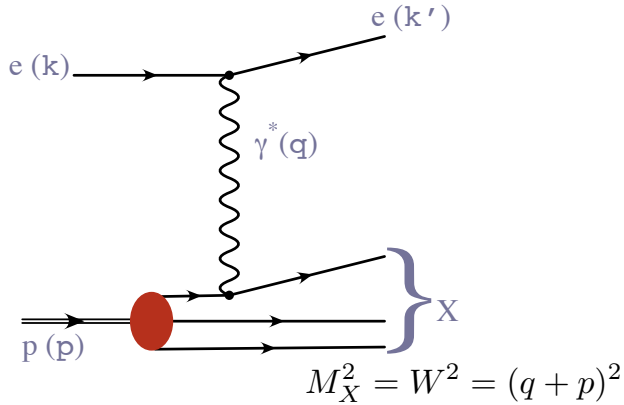
diffusion inélastique e+p → e + X





centres de diffusion dans le proton

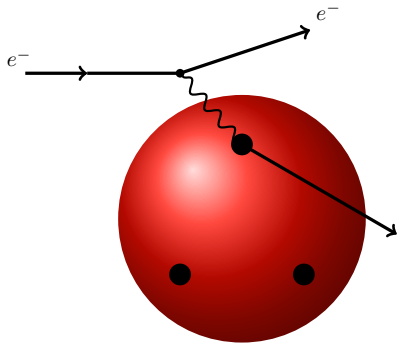
→ modèle des **partons** (Feynman 1969)



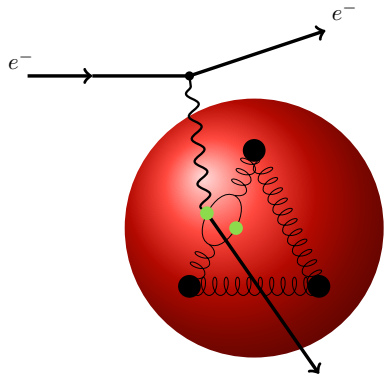
l'identification entre les quarks et les partons sera faite seulement ~10 ans plus tard

Nobel de Physique en 1990 : Taylor, Friedman, Kendall

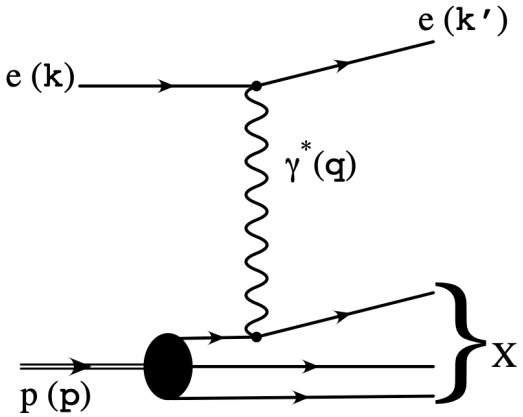
3.c La structure du proton

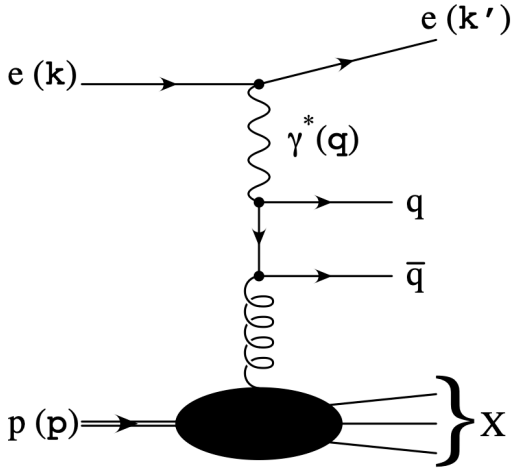


quarks de valence

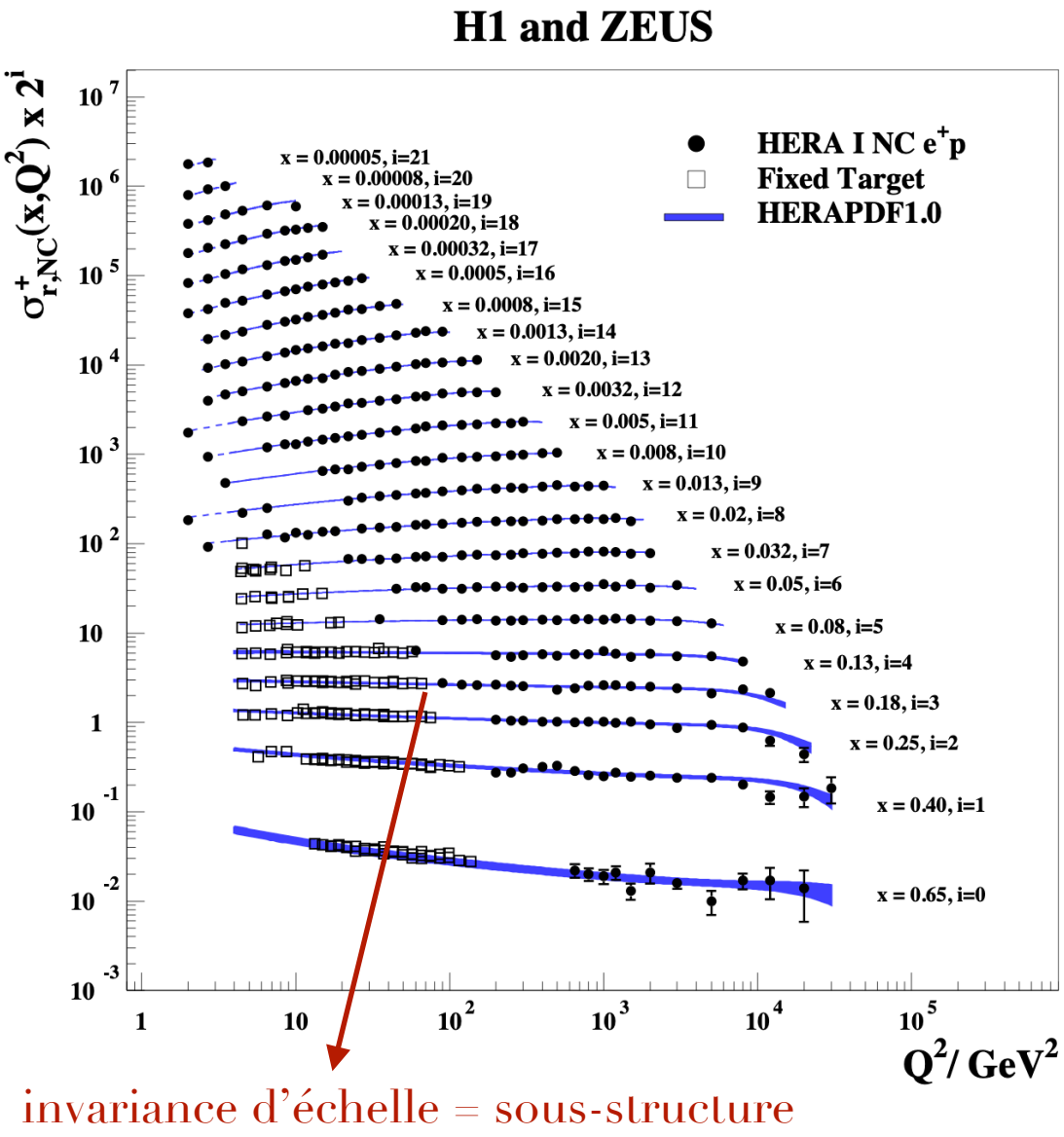


quarks de la mer

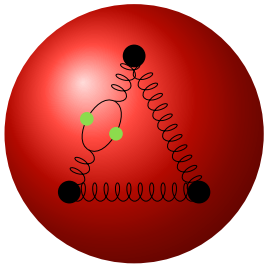




Structure du proton : HERA (1992-2007)



invariance d'échelle = sous-structure



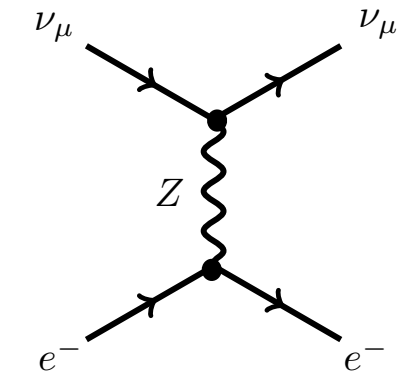
mesure de la section efficace
→ densité de quarks et gluons

→ le proton est un objet dynamique qui contient une très grande quantité de gluons

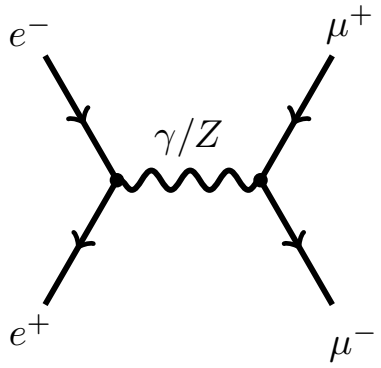
Nobel 2004 : D. Gross, H. Politzer , F. Wilczek

4. Interactions faibles

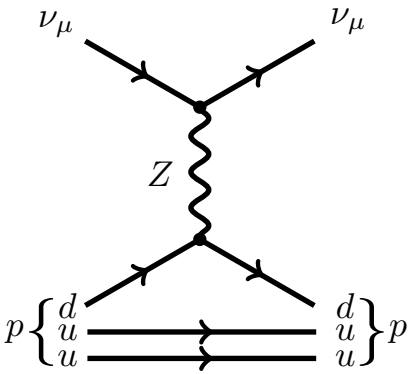
1) courant neutre (Z) : pas de changement de famille ni de charge



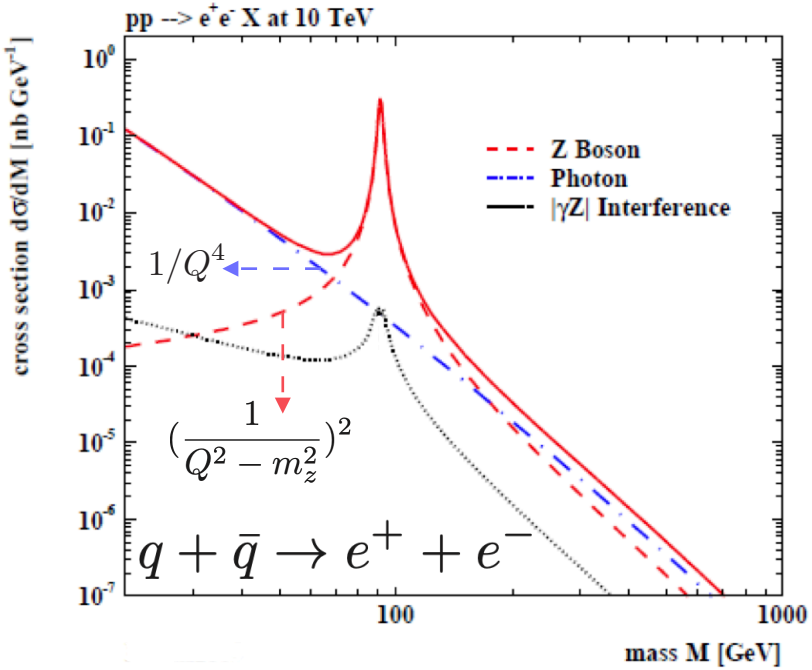
$$e + \nu_\mu \rightarrow e + \nu_\mu$$



$$e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$$

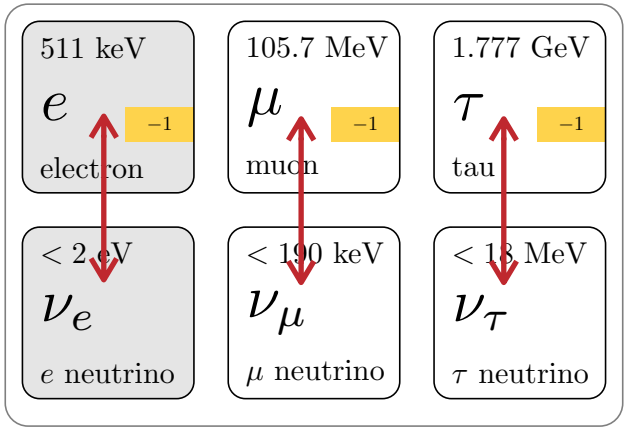


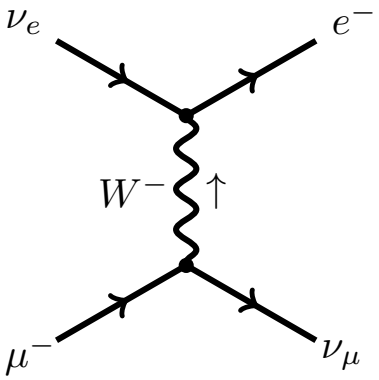
$$p + \nu_\mu \rightarrow p + \nu_\mu$$



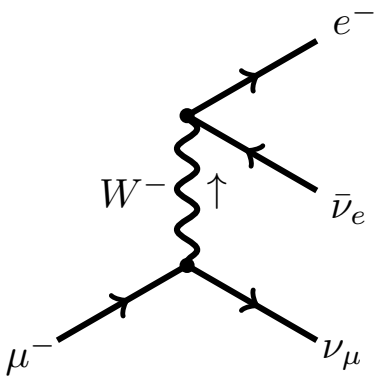
2) courant chargé : chez les leptons

a chaque vertex on reste dans la même famille





$$\mu^- + \nu_e \rightarrow \nu_\mu + e^-$$

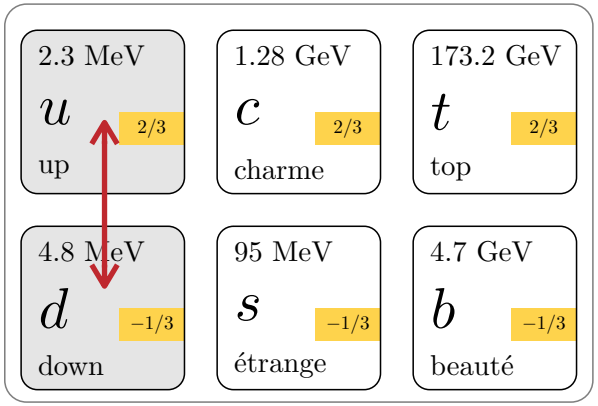


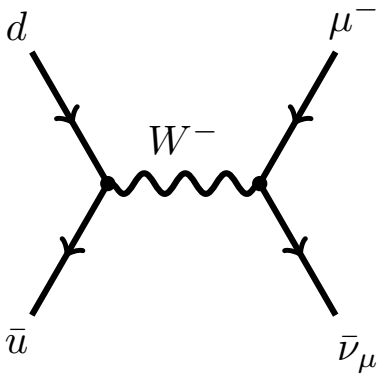
$$\mu^- \rightarrow \nu_\mu + e^- + \bar{\nu}_e$$

conservation nombres leptoniques → pas de changement de famille

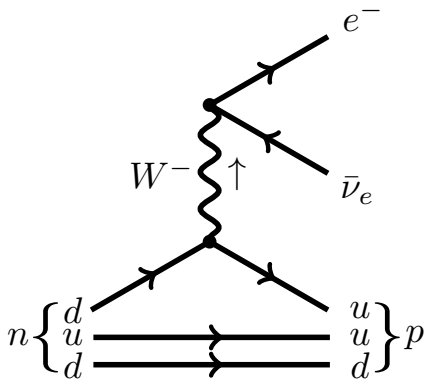
- courant chargé (W) : chez les quarks

seul échange qui permet de passer d'une saveur à l'autre





$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$

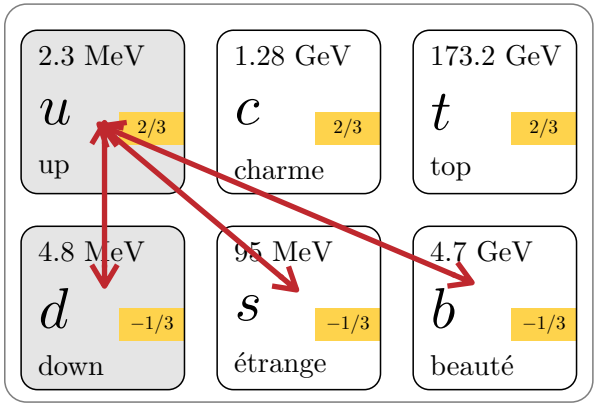


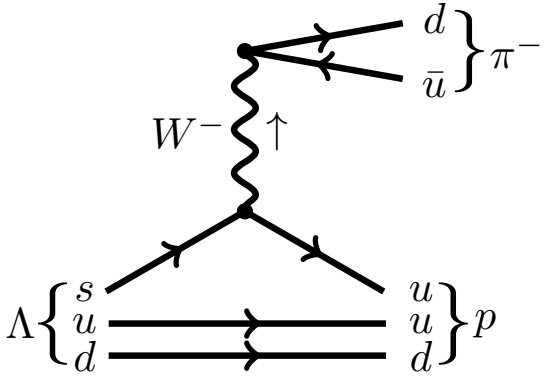
$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$

- courant chargé :

aussi transition entre les familles

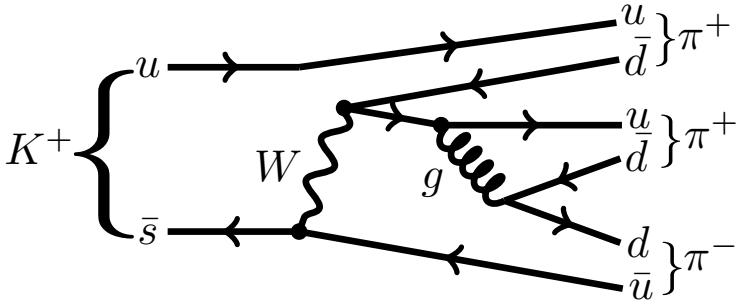
(saveur et génération non conservées)





$$\Lambda^0 \to p + \pi^-$$

changement de génération: s→u



$$K^+ \to \pi^+\pi^+\pi^-$$

Matrice de Kobayashi-Maskawa

transition entre les familles : le changement de famille est défavorisé

Les changements de génération sont possibles car les quarks sont mélangés pour l'interaction faible :

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \text{ et } \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix},$$ états propres de masse

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix} \text{ et } \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix},$$ états propres de l'interaction faible sont des combinaisons linéaires de états propres de masse

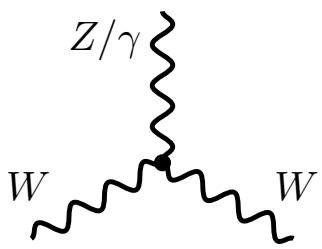
$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

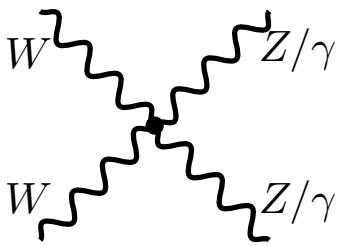
$$\begin{pmatrix} 0.974 & 0.225 & 0.004 \\ 0.221 & 0.987 & 0.041 \\ 0.008 & 0.039 & 0.999 \end{pmatrix}$$

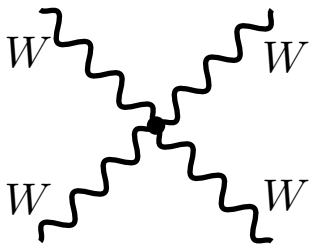
couplage au vertex devient : $g_{ij} = |V_{ij}|\, g_W$

Couplages entre bosons

- comme dans QCD, une série de couplage à 3 ou 4 bosons sont permis



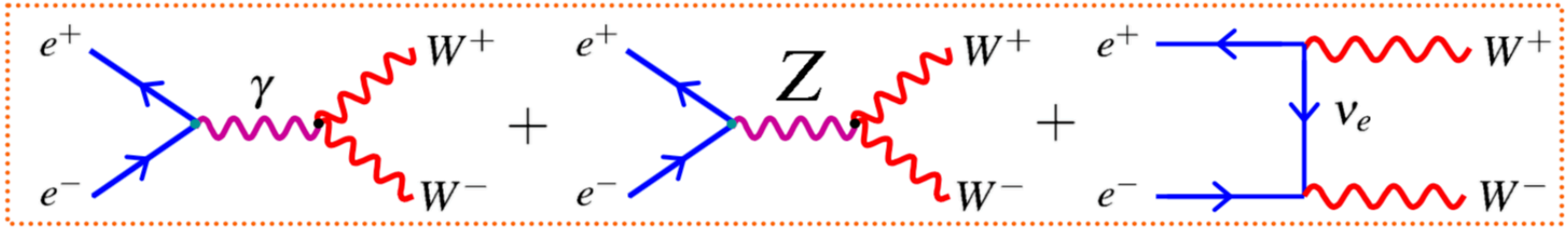




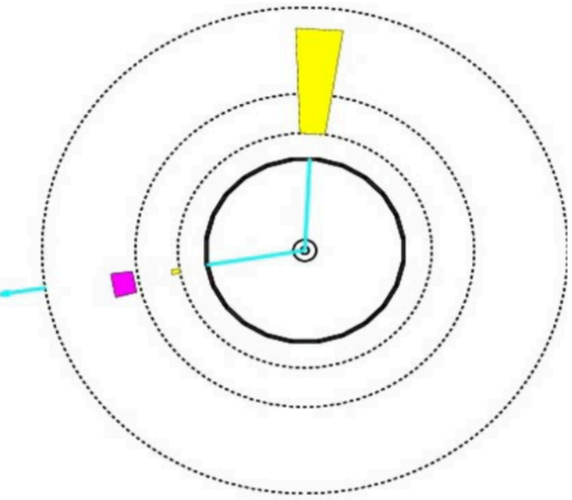
- pas de couplage du photon au Z (pas de charge), ni photon-photon, ni Z-Z

Exemple de mesure de ces couplages en collision e^+e^-

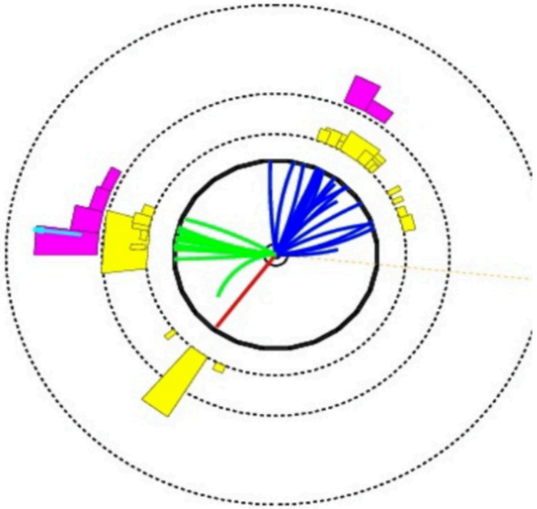
production d'une paire de W :



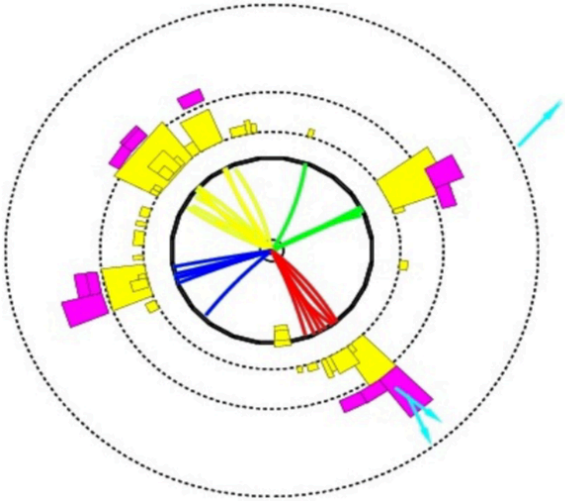
et leur différents modes de désintégration :



$W^+W^- \rightarrow \ell^+\nu\ell^-\bar{\nu}$



$W^+W^- \rightarrow q\bar{q}\ell\nu$

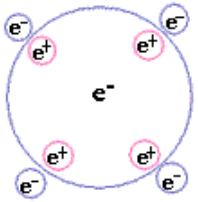


$W^+W^- \rightarrow q\bar{q}q\bar{q}$

5. Unification des interactions

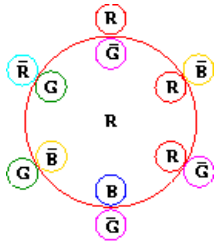
le couplage effectif dépend de l'échelle à laquelle se déroule l'interaction

QED

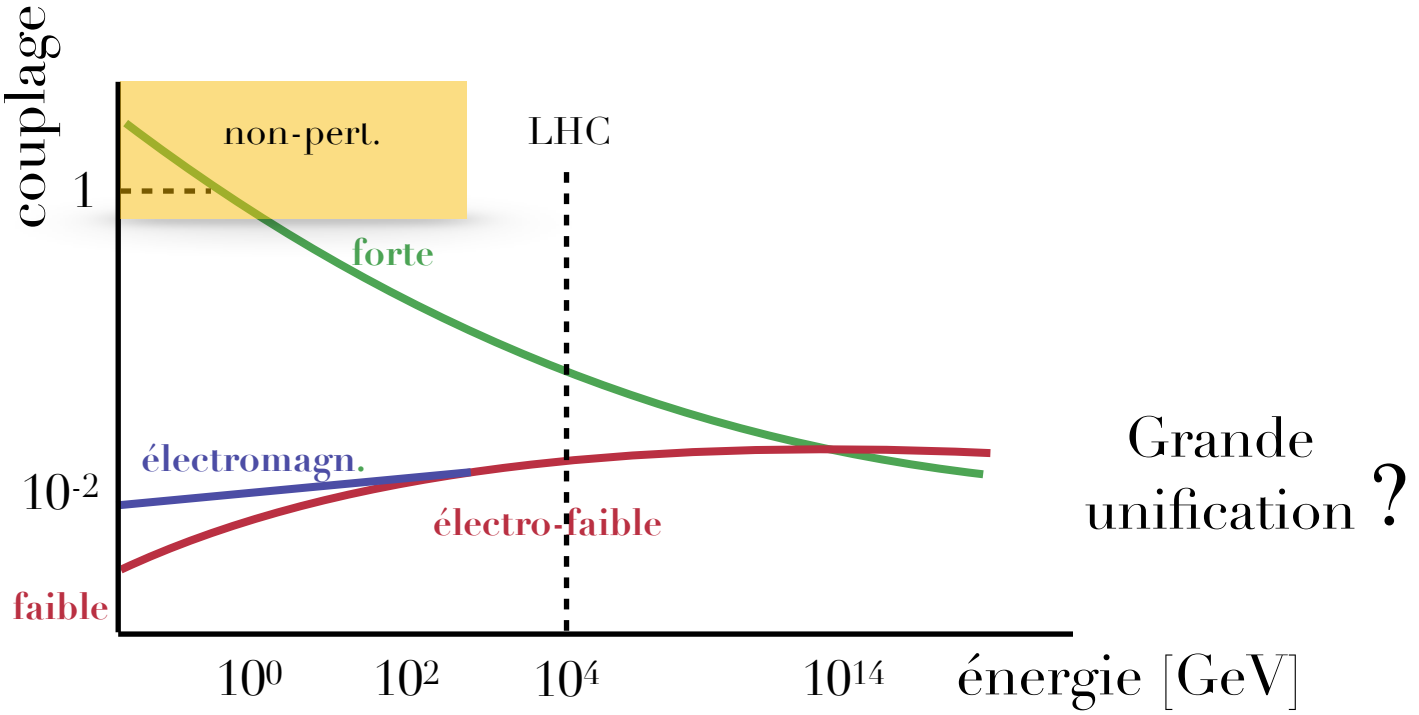


écrantage

QCD



anti-écrantage



Grande unification ?

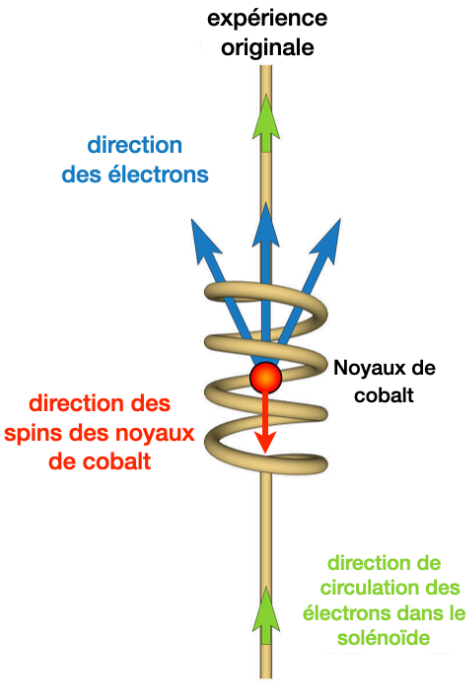
6. Particules gauches et droites (chiralité)

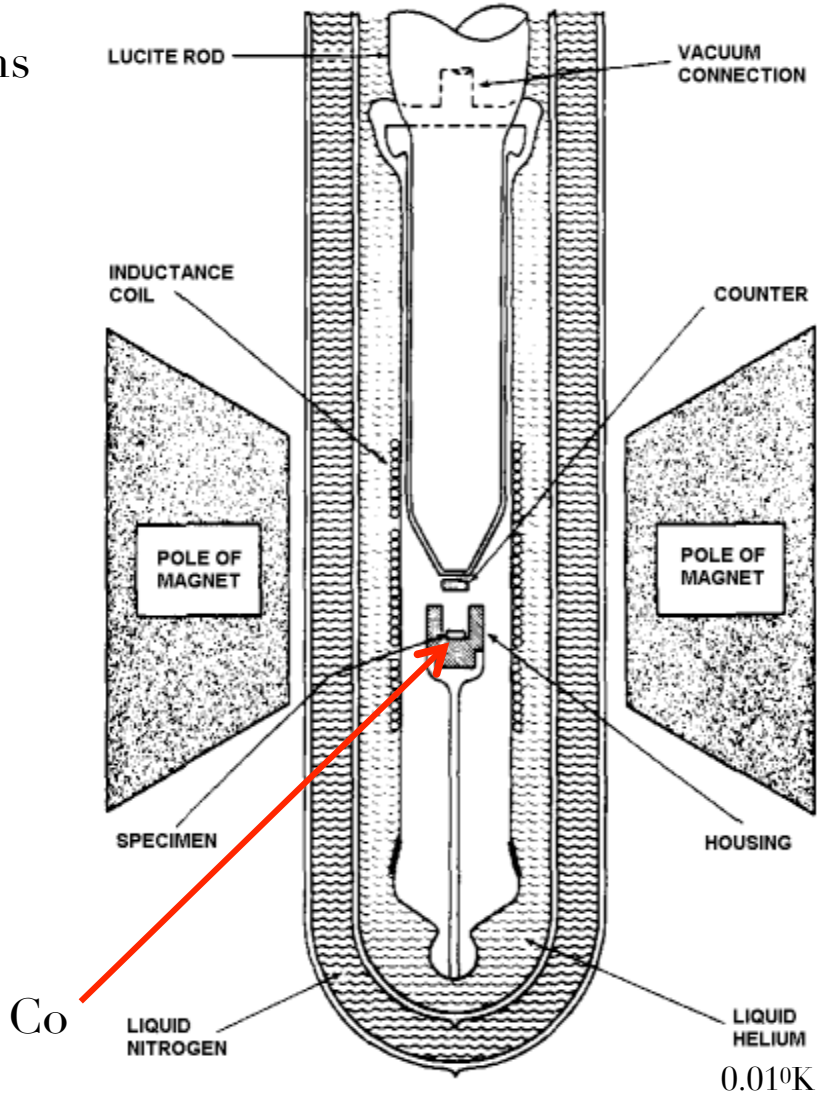
Expérience de Wu (1957)

$$^{60}_{27}Co \rightarrow ^{60}_{28}Ni + e^- + \bar{\nu}_e$$

- observation : e^- émis uniquement dans la direction opposé au spin du Cobalt

→ la physique n'est pas équivalente dans un miroir (inversion de Parité)





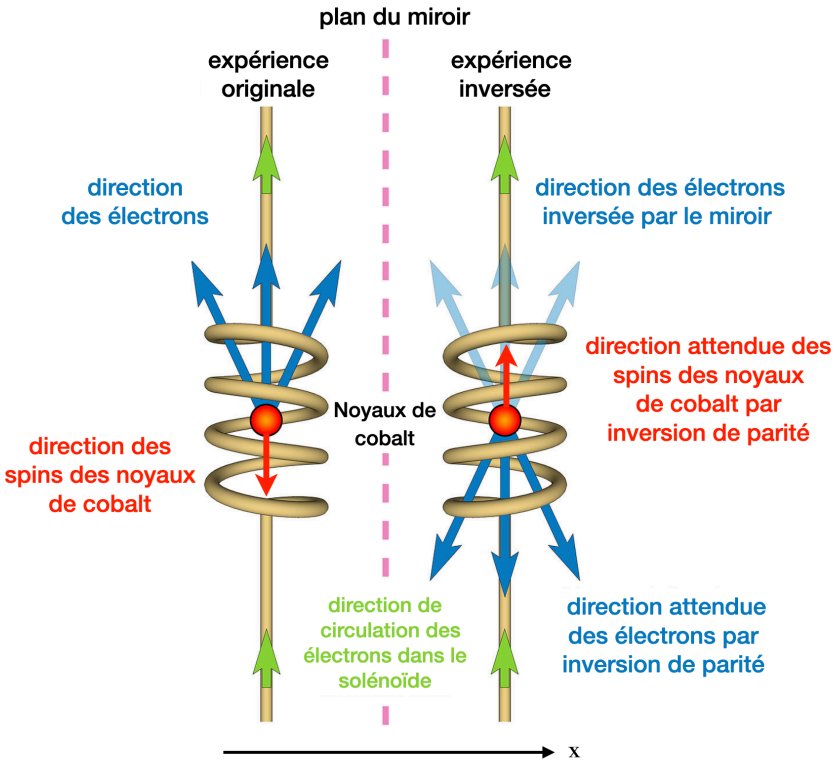
6. Particules gauches et droites (chiralité)

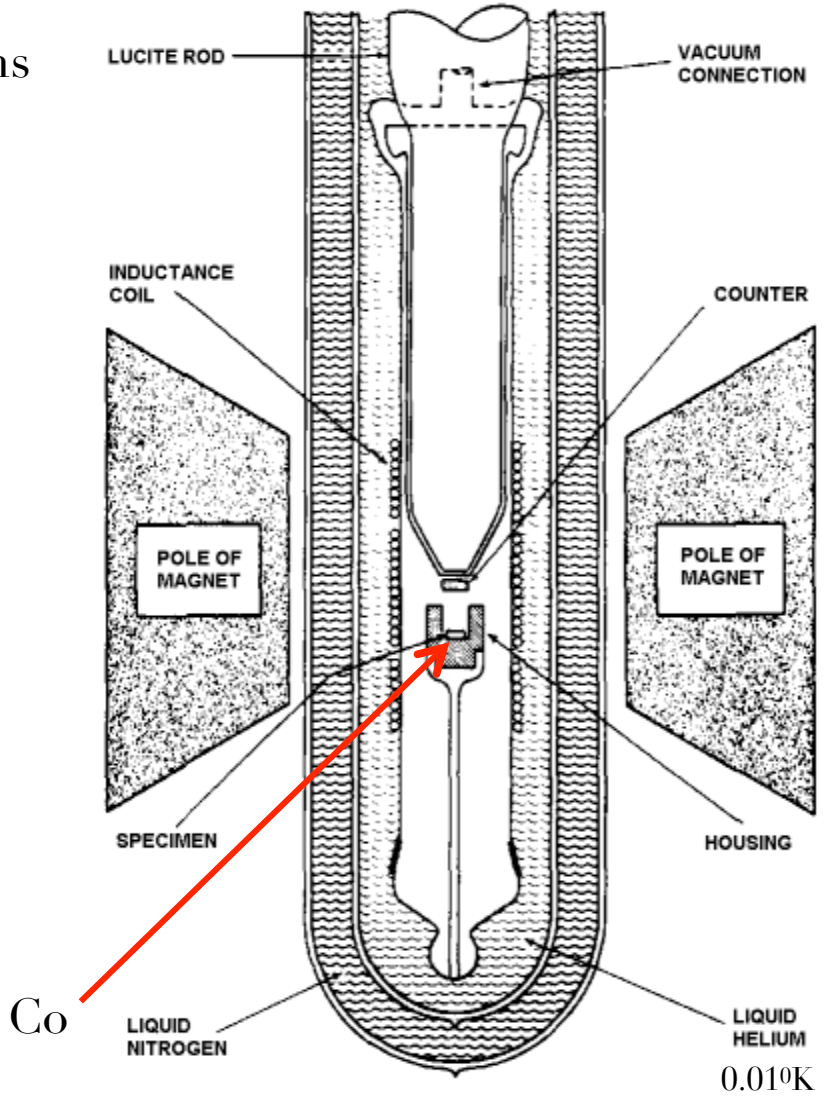
Expérience de Wu (1957)

$$^{60}_{27}Co \rightarrow ^{60}_{28}Ni + e^- + \bar{\nu}_e$$

- observation : e^- émis uniquement dans la direction opposé au spin du Cobalt

→ la physique n'est pas équivalente dans un miroir (inversion de Parité)





hélicité $h = \dfrac{\vec{S} \cdot \vec{p}}{|\vec{S}||\vec{p}|}$

exemple : $\xrightarrow[\Rightarrow \vec{S}]{\vec{v}}$ $h = 1$ $\qquad$ $\xrightarrow[\Leftarrow \vec{S}]{\vec{v}}$ $h = -1$

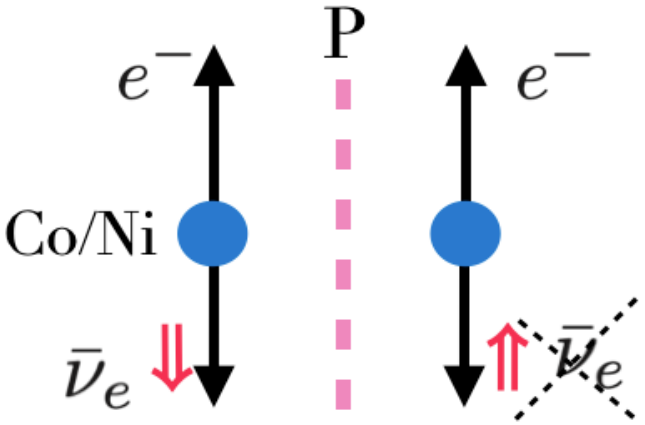
- si masse non nulle, l'hélicité dépend du référentiel

- si masse nulle (v=c), l'hélicité est invariante de Lorentz

- l'expérience de Mme Wu montre que seuls les neutrinos gauches (h=-1) existent - ainsi que seuls les anti-neutrinos droits (h=1)

⇒ dans le miroir (le spin et donc) l'hélicité est inversée ⇒ il faudrait un antineutrino gauche, ce qui n'existe pas !

- confirmé par l'expérience de Goldhaber en 1958 qui mesure l'hélicité des neutrinos

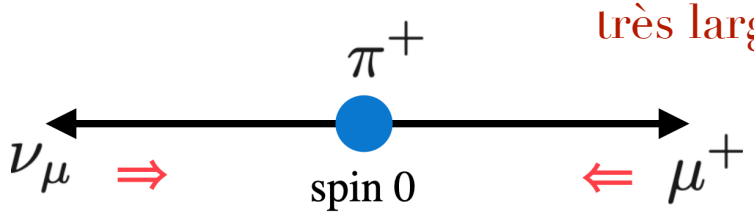


La parité est conservée par les IF et les EM, violée par les If

La désintégration du pion chargé

$\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ dominant

$\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e$ très largement défavorisé



- dans la désintégration du pion + (de spin 0), le neutrino doit être gauche, donc le muon doit aussi être gauche

- si le muon + (antifermion) était de masse nulle, son hélicité devrait être +1, on ne retrouverait donc pas le spin 0 du pion

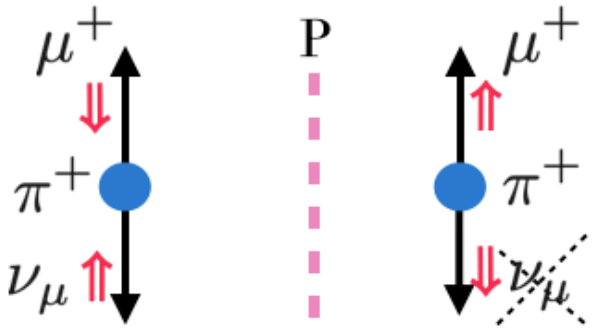
- la masse de l'électron étant 200 fois plus petite, ce mode de désintégration est défavorisé

$$R = \frac{BR(\pi \rightarrow e\nu)}{BR(\pi \rightarrow \mu\nu)} = \frac{m_e^2}{m_\mu^2} \frac{1}{(1 - m_\mu^2 / m_\pi^2)^2} = 1.28 \cdot 10^{-4}$$

7. Symétries C et CP

C : transformation d'inversion de charge Q →-Q
particule → anti-particule
(ne change pas l'hélicité)

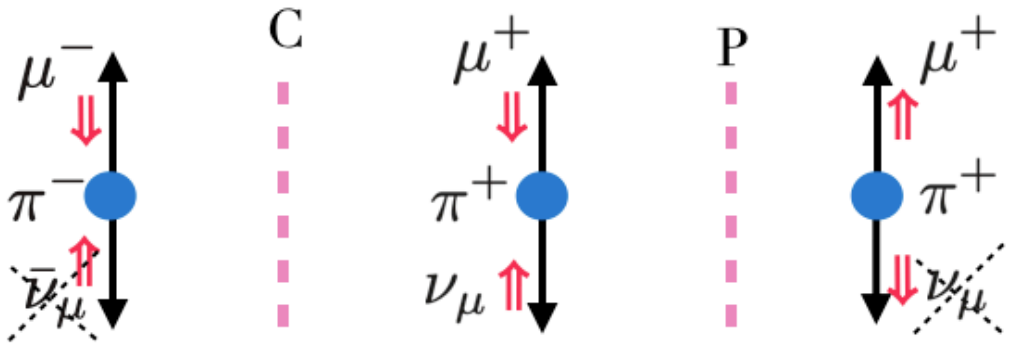
CP : transformation C et P restore la symétrie pour l'I.f.



7. Symétries C et CP

C : transformation d'inversion de charge Q →-Q
particule → anti-particule
(ne change pas l'hélicité)

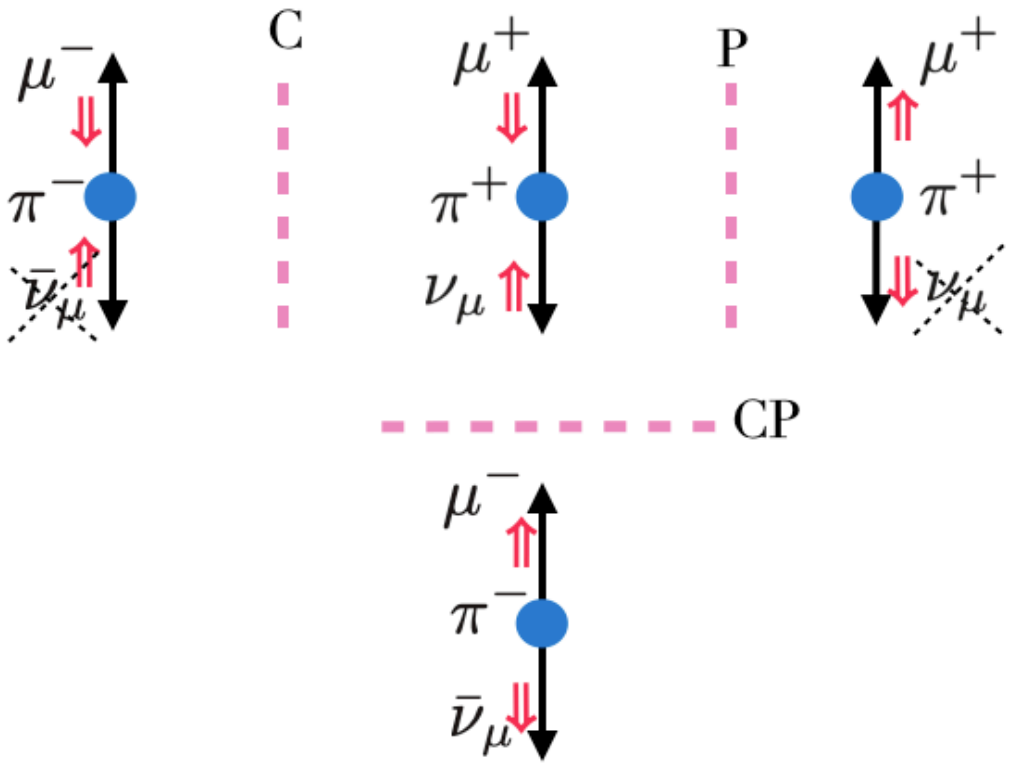
CP : transformation C et P restore la symétrie pour l'I.f.



7. Symétries C et CP

C : transformation d'inversion de charge Q →-Q
particule → anti-particule
(ne change pas l'hélicité)

CP : transformation C et P restore la symétrie pour l'I.f.



8. Les kaons neutres en question

$K^0(498\text{MeV}) = \text{d}\bar{\text{s}}$

$\overline{K^0}(498\text{MeV}) = \text{s}\bar{\text{d}}$

$d\bar{s} \neq s\bar{d} \rightarrow K^0 \neq \overline{K^0}$

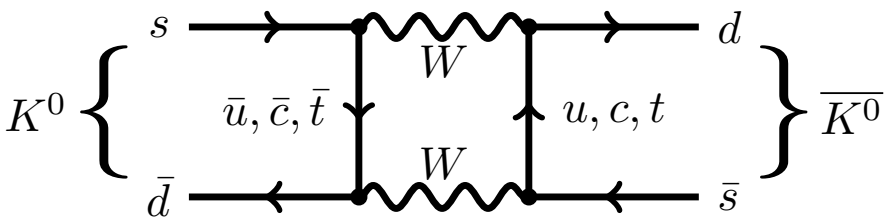
Ils sont différents mais se désintègrent de façon identique ($K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$)

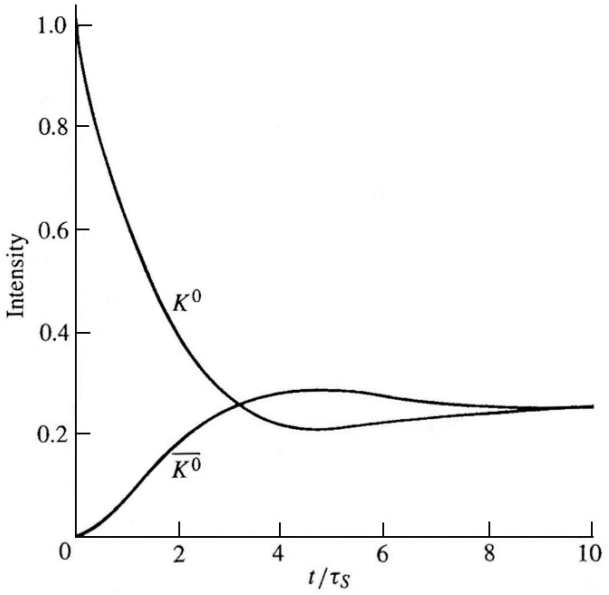
et les pions ont les mêmes distributions d'impulsions

→ ce que l'on voit est un mélange des deux

or ils sont produits différemment

dans le vide les deux états se mélangent





Les kaons neutres en question

Effet de l'opérateur CP :

$$CP|K^0> = C(-|K^0>) = -|\overline{K^0}>$$
$$CP|\overline{K^0}> = C(-|\overline{K^0}>) = -|K^0>$$

pas états propres de CP

Or ces états le sont :

$$|K_S^0> = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0> - |\overline{K^0}>) \qquad CP|K_S^0> = +|K_S^0>$$
$$|K_L^0> = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0> + |\overline{K^0}>) \qquad CP|K_L^0> = -|K_L^0>$$

Regardons les désintégrations en 2 ou 3 pions :

$$CP|\pi^+\pi^-> = +|\pi^+\pi^-> \qquad \text{CP}|\pi^+\pi^-\pi^0> = -|\pi^+\pi^-\pi^0>$$

Si on suppose l'interaction faible invariante sous l'action de CP on comprend que

$K_S^0 \to \pi^+\pi^-$ $\qquad \tau = 0.86 \cdot 10^{-10}\text{s}$

$K_L^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0$ $\qquad \tau = 5.3 \cdot 10^{-8}\text{s}$ moins favorable cinématiquement

Mais en 1964 on observe que la symétrie CP est légèrement violée :

$$BR(K_L^0 \to \pi^+\pi^-) = 2 \cdot 10^{-3}$$

Symétries discrètes P, C, CP et CPT

Symétrie	Int. Fortes	électro-magn.	Int. faible
P	✓	✓	×
C	✓	✓	×
T	✓	✓	(✓)
CP	✓	✓	(✓)
CPT	✓	✓	✓

symétrie ✓ conservée

(✓) légèrement violée

× violée

Pour aller plus loin (MA1+MA2)

Module thématique: Interactions fondamentales

- Théorie quantique des champs (QFT) PHYS-F410, PHYS-F440
- Interactions fondamentales et particules- PHYS-F416
- Modèle Standard PHYS-F422
- Physique des interactions fortes - PHYS-F477
- Aspects instrumentaux PHYS-F420
- Cours liés :
  - Cosmologie – PHYS-F415
  - Astroparticules PHYS-F467
  - Théorie de la gravitation PHYS-F432
  - Ondes gravitationnelles PHYS-F484